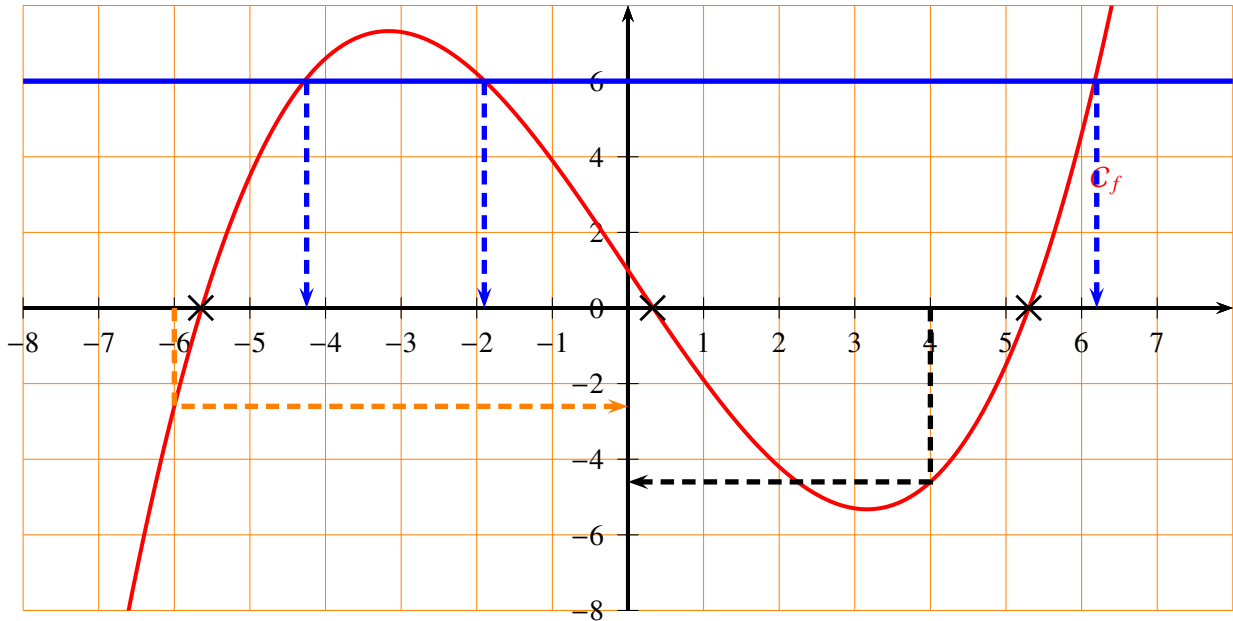


**Exercice 1 — Fonctions (3,5 points + 0,5 point)**

On donne ci-dessous la courbe d'une fonction  $f$  :



1. L'image de 4 par  $f$  est environ  $\boxed{-4,5}$  (traits pointillés noirs).
2. L'ensemble des antécédents de 6 par  $f$  est  $\boxed{\{-4, 3; -1, 9; 6, 2\}}$  (traits bleus).
3. L'ensemble des solutions de  $f(x) = 0$  est  $\boxed{\{-5, 6; 0, 3; 5, 3\}}$  (croix).
4.  $f(-6) = \boxed{-2,5}$  (traits pointillés orange).
5. Le tableau de valeurs est :

$x$	-6	-3	0	3	6
$f(x)$	-2,5	7,2	1	-5,5	4,5

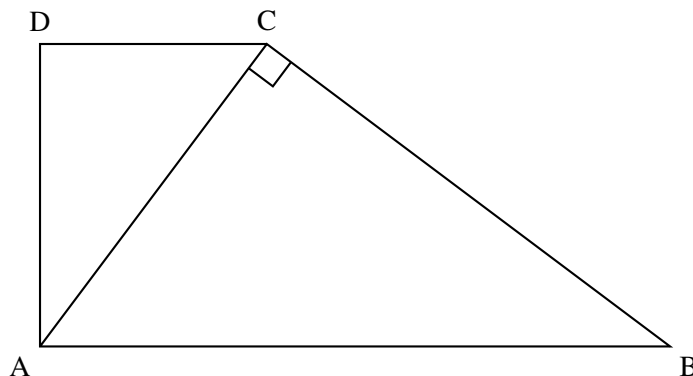
6. Pour calculer  $f(2)$ , on remplace  $x$  par 2 dans l'expression  $f(x) = 0,1x^3 - 3x + 1$ , cela donne :  
 $f(2) = 0,1 \times 2^3 - 3 \times 2 + 1 = 0,1 \times 8 - 6 + 1 = 0,8 - 5 = \boxed{-4,2}$ .

BONUS Pour calculer  $f(\sqrt{2})$ , on fait de même :

$$f(\sqrt{2}) = 0,1 \times (\sqrt{2})^3 - 3 \times \sqrt{2} + 1 = 0,1 \times \sqrt{2} \times \sqrt{2} \times \sqrt{2} - 3\sqrt{2} + 1 = 0,1 \times 2 \times \sqrt{2} - 3\sqrt{2} + 1 = 0,2\sqrt{2} - 3\sqrt{2} + 1 = \boxed{-2,8\sqrt{2} + 1}$$

**Exercice 2 — Géométrie (3,5 points + 0,5 point)**

Dans la figure suivante, on a codé un angle droit, et on donne également les valeurs  $AC = 5$ ,  $AD = 4$  et  $DC = 3$ . De plus, on indique que  $(AB) \parallel (CD)$ .



1. Dans le triangle ADC, le côté [AC] est le plus grand, nous allons donc calculer :

$$\begin{cases} AC^2 = 5^2 = 25 \\ AD^2 + DC^2 = 4^2 + 3^2 = 16 + 9 = 25 \end{cases}$$

Il y a donc égalité  $AC^2 = AD^2 + DC^2$ , et nous pouvons donc conclure, d'après la réciproque du théorème de Pythagore, que le triangle ADC est rectangle en D. Donc l'angle  $\widehat{ADC}$  est un angle droit.

2. L'énoncé nous indique que  $(AB) \parallel (CD)$ . Les droites  $(AB)$  et  $(CD)$  coupent donc la droite  $(AD)$  avec des angles égaux, donc  $\widehat{BAD}$  est également un angle droit.

3. Dans le triangle DAC rectangle en D, on peut par exemple calculer le cosinus de l'angle  $\widehat{DAC}$  :  $\cos(\widehat{DAC}) = \frac{AD}{AC} = \frac{4}{5} = 0,8$ . Ainsi,  $\widehat{DAC} = \arccos(0,8)$ .

4. Dans le triangle ABC rectangle en C, [AB] est l'hypoténuse. On connaît le côté [AC] qui est le côté adjacent à l'angle  $\widehat{BAC}$ , donc on peut écrire que  $\cos(\widehat{BAC}) = \frac{AC}{AB}$ . L'énoncé nous dit que  $\widehat{BAC} \approx 53^\circ$  et que  $\cos(53^\circ) \approx 0,6$ , donc :

$$\begin{aligned} \cos(\widehat{BAC}) &= \frac{AC}{AB} \\ 0,6 &\approx \frac{5}{AB} && \left. \begin{array}{l} \text{On remplace par les valeurs (approchée pour le cosinus)} \\ \times AB \end{array} \right\} \\ 0,6AB &\approx 5 && \\ AB &\approx \frac{5}{0,6} && \left. \begin{array}{l} \div 0,6 \end{array} \right\} \end{aligned}$$

Ce qui donne donc  $AB \approx \frac{5}{0,6} = \frac{50}{6} = \frac{25}{3} \approx \boxed{8,3}$ .

**BONUS** Dans le quadrilatère ABCD, on connaît AD, DC, et une valeur approchée de AB. Pour avoir le périmètre, il ne nous manque qu'une valeur de BC. On peut ici utiliser la tangente de l'angle  $\widehat{BAC}$  :

$$\begin{aligned} \tan(\widehat{BAC}) &= \frac{BC}{AC} \\ 1,3 &\approx \frac{BC}{5} && \left. \begin{array}{l} \text{On remplace par les valeurs (approchée pour la tangente)} \\ \times 5 \end{array} \right\} \\ 6,5 &\approx BC && \end{aligned}$$

On en déduit donc une valeur approchée du périmètre :  $4 + 3 + 6,5 + 8,3 = \boxed{21,8}$ .

**Exercice 3 — Calculs (3 points + 0,5 point)**

1. On peut reconnaître l'identité remarquable  $((a + b)(a - b) = a^2 - b^2)$  ou bien appliquer la double distributivité :

$$\begin{aligned} &(\sqrt{5} + \sqrt{2}) \times (\sqrt{5} - \sqrt{2}) \\ &= \sqrt{5} \times \sqrt{5} - \sqrt{5} \times \sqrt{2} + \sqrt{2} \times \sqrt{5} - \sqrt{2} \times \sqrt{2} && \left. \begin{array}{l} \text{Double distributivité.} \\ \text{On simplifie.} \\ \text{On simplifie encore.} \end{array} \right\} \\ &= 5 - 2 \\ &= \boxed{3} \end{aligned}$$

2. Il y a deux nombres dont le carré donne 3 :  $\sqrt{3}$  et  $-\sqrt{3}$ .

3.  $\bullet \sqrt{12} = \sqrt{4 \times 3} = \sqrt{4} \times \sqrt{3} = 2\sqrt{3}$   
 $\bullet \sqrt{75} = \sqrt{25 \times 3} = \sqrt{25} \times \sqrt{3} = 5\sqrt{3}$   
 $\bullet$  On en déduit que  $5\sqrt{12} - \sqrt{75} = 5 \times 2\sqrt{3} - 5\sqrt{3} = 10\sqrt{3} - 5\sqrt{3} = (10 - 5)\sqrt{3} = \boxed{5\sqrt{3}}$

**BONUS** On peut tester à la main, se rendre compte que par exemple  $10 \times 11 = 110$  (facile à calculer) qui est trop petit, et essayer ensuite  $11 \times 12$  qui donne bien 132, donc ces deux nombres sont  $\boxed{11 \text{ et } 12}$ .