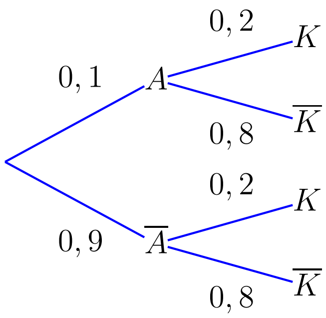
Exercice 1 — La compétition sportive 3,5 points

> Une compétition sportive est constituée de deux épreuves : aviron et kayak. À chaque épreuve, vous avez une certaine probabilité d'être gagnant.
> — On note A l'événement : “gagner l'épreuve d'aviron” et on a $P(A) = \dfrac{1}{10}$;
> — On note K l'événement : “gagner l'épreuve de kayak” et on a $P(K) = 20\%$.

1. L'arbre de probabilité complété est le suivant. L'énoncé donne $P(A) = \dfrac{1}{10} = 0,1$ (sur le trait qui mène à A) donc la probabilité de l'événement contraire $\overline{A}$ est $0,9$. L'énoncé donne $P(K) = 20\% = 0,2$ (sur les traits qui mènent à K) donc la probabilité de l'événement contraire $\overline{K}$ est $0,8$.



2. L'événement E = “gagner les deux épreuves” est sur la branche tout en haut. Pour calculer la probabilité de la branche, on multiplie les probabilités qu'on y rencontre : $P(E) = 0,1 \times 0,2 = \boxed{0,02}$.
3. L'événement F = “gagner uniquement une des deux épreuves” est sur les deux branches du milieu. On ajoute les probabilités des deux branches pour calculer : $P(F) = 0,1 \times 0,8 + 0,9 \times 0,2 = \boxed{0,26}$.

BONUS Pour former un système exhaustif, il n'y a plus qu'à rajouter l'événement qui est sur la branche tout en bas. C'est l'événement $\boxed{\text{G = “ne gagner aucune épreuve”}}$.

Exercice 2 — Deux dés 3,5 points

> On a deux dés à 4 faces bien équilibrés, numérotés de 1 à 4. Une expérience aléatoire consiste à lancer les deux dés, et à noter la somme obtenue.

1. Le tableau rempli, qui contient les sommes obtenues, est le suivant :

Dé 1 \ Dé 2	1	2	3	4
1	2	3	4	5
2	3	4	5	6
3	4	5	6	7
4	5	6	7	8

2. Les dés sont bien équilibrés, donc les résultats d'un dé isolément sont équiprobables. Ainsi, les 16 cases du tableau sont équiprobables. Si on regarde maintenant les sommes, cette fois ci, elles $\boxed{\text{ne sont pas équiprobables}}$ puisque par ex. on a 1 seule case pour la somme 2 mais 2 cases pour la somme 3.

3. On vient de le voir, les 16 cases sont équiprobables, donc la probabilité d'obtenir une somme égale à 5, c'est le nombre de cas favorables sur le nombre de cas au total. Ici, cela donne $\boxed{\frac{4}{16} = \frac{1}{4} = 0,25}$.
4. Pour obtenir une somme strictement plus grande que celle de Anne, il faut avoir 7 ou 8. Cela donne une probabilité égale à $\boxed{\frac{3}{16} = 0,1875}$ (3 cas favorables, 16 au total).

BONUS La probabilité d'obtenir une somme égale à 10 est de $\boxed{0}$, cet événement est impossible.

Exercice 3 — Boules dans une urne 3 points

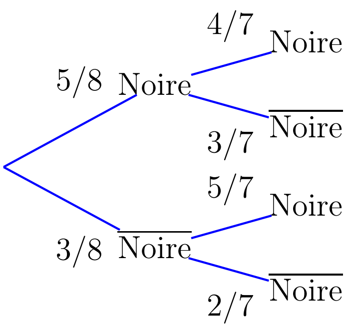
On considère une urne opaque contenant différentes boules indiscernables au toucher :
— 3 boules blanches numérotées de 1 à 3
— 5 boules noires numérotées de 2 à 6
Une expérience aléatoire consiste à tirer au hasard une boule de l'urne.

1. Les boules sont indiscernables au toucher, donc nous sommes dans une situation d'équiprobabilité. On peut faire un diagramme de Venn pour dessiner les 8 issues possibles, mais on n'est pas obligés.

   Ici pour l'événement A = "obtenir une boule blanche", on a 3 cas favorables sur 8 au total. $P(A) = \boxed{\frac{3}{8}}$.
2. On a 4 boules qui ont un numéro impair : la boule blanche n°1, la boule blanche n°3, la boule noire n°3 et la boule noire n°5. Donc $P(B) = \boxed{\frac{4}{8} = \frac{1}{2} = 0,5}$.
3. L'événement $\overline{B}$ est l'événement contraire de l'événement B. C'est donc l'événement $\boxed{\text{"obtenir une boule avec un numéro } \underline{\text{pair}}\text{"}}$.

   On peut calculer $P(\overline{B})$ avec la formule $P(\overline{B}) = 1 - P(B) = 1 - 0,5 = \boxed{0,5}$ ou dénombrer le nombre de cas favorables comme habituellement : il y a 4 boules avec un numéro pair : la boule blanche n°2, la boule noire n°2, la boule noire n°4 et la boule noire n°6 donc $P(\overline{B}) = \boxed{\frac{4}{8} = \frac{1}{2} = 0,5}$.

BONUS On tire deux boules sans remise dans l'urne et on s'intéresse aux boules noires, donc on peut écrire l'arbre de probabilités suivant :



L'événement "tirer au moins une boule noire" est sur les trois premières branches. On a plusieurs manières de calculer la probabilité : soit on calcule la somme des trois premières branches, soit on calcule la probabilité de l'événement contraire (la dernière branche), et on le soustrait à 1. C'est bien plus simple ici, donc on va le faire :

$P(\text{"tirer au moins une boule noire"}) = 1 - \frac{3}{8} \times \frac{2}{7} = 1 - \frac{6}{56} = \frac{56}{56} - \frac{6}{56} = \frac{50}{56} = \boxed{\frac{25}{28} \approx 0,89}$.