

Exercice 1 — Densité de population urbaine

Un modèle de densité urbaine est une formule qui lie la densité de population (en nombre de personnes par unité de surface) à la distance x au centre de la ville (en unité de longueur).

Pour la ville de Lyon, notons $L(x)$ la densité de population en nombre d'habitants par km^2 , en fonction de la distance x , en km, au centre de la ville. D'après un modèle de densité (source : rapport de l'INRETS), on a :

$$L(x) = 23\,349 \times 0,74^x$$

1. (a) Calculez la densité urbaine à 2km du centre ville, au centre ville et à 10km du centre ville.
- (b) Donnez l'allure de la courbe représentative de la fonction L pour $x \in [0; 12]$.

Pour la ville de Marseille, notons $M(x)$ la densité de population correspondante. On a :

$$M(x) = 11\,880 \times 0,8^x$$

2. (a) Calculez la densité urbaine au centre ville et à 10km du centre ville.
- (b) Donnez l'allure de la courbe représentative de la fonction M pour $x \in [0; 12]$ sur le même graphique que précédemment.

On souhaite maintenant faire une analyse comparative. À l'aide du graphique :

3. (a) Donnez une valeur approchée de la distance x_0 pour laquelle $L(x_0) = M(x_0)$.
- (b) Faites une analyse des densités urbaines à Lyon et à Marseille dans un rayon de 12km du centre de ces villes.

Exercice 2 — Les projets agronomiques de Bouvard et Pécuchet

Après leurs malheureuses expériences "agronomiques", Bouvard et Pécuchet ne seraient-ils pas à la veille de changer de projet ? Pour étudier l'hypothèse suggérée par Bouvard, on utilisera à bon escient une formule concernant les intérêts composés, pour lesquels une somme C placée au taux t devient $C(1+t)^n$ au bout de n années.

Bouvard lui répondit :

- Tu verras dans Gasparin que le bénéfice ne peut dépasser le dixième du capital. Donc on ferait mieux de placer ce capital dans une maison de banque. Au bout de quinze ans, par l'accumulation des intérêts, on aurait le double sans s'être foulé le tempérament.

Pécuchet baissa la tête.

- L'arboriculture pourrait bien être une blague!

- Comme l'agronomie! répliqua Bouvard.

Ensuite, ils s'accusèrent d'avoir été trop ambitieux, et ils résolurent de ménager désormais leur peine et leur argent. Un émondage de temps à autre suffirait au verger. Les contre-espaliers furent proscrits et ils ne remplaceraient pas les arbres morts; mais il allait se présenter des intervalles fort vilains, à moins de détruire tous les autres qui restaient debout. Comment s'y prendre?

Pécuchet fit plusieurs épures, en se servant de sa boîte de mathématiques. Bouvard lui donnait des conseils. Ils n'arrivaient à rien de satisfaisant. Heureusement qu'ils trouvèrent dans leur bibliothèque l'ouvrage de Boitard, intitulé *L'Architecte des jardins*.

Gustave Flaubert, *Bouvard et Pécuchet*

Existe-t-il vraiment un taux de placement qui permettrait à Bouvard et Pécuchet de doubler leur capital?