

**Exercice 1**

La formule donnée permet de remplir la première ligne :  $V = P \times (1 - t)^n$ .

Pour remplir la ligne 2, on peut exprimer  $P$  en fonction du reste :

$$V = P \times (1 - t)^n$$

$$\left. \begin{array}{l} \\ \\ \end{array} \right\} \div (1 - t)^n$$

$$\frac{V}{(1 - t)^n} = P$$

Pour remplir la ligne 3, on peut exprimer  $t$  en fonction du reste, comme c'était demandé :

$$V = P \times (1 - t)^n$$

$$\left. \begin{array}{l} \\ \\ \\ \\ \end{array} \right\} \div P$$

$$\frac{V}{P} = (1 - t)^n$$

$$\left. \begin{array}{l} \\ \\ \\ \end{array} \right\} \text{ Racine } n\text{-ième (car } \frac{V}{P} > 0)$$

$$\sqrt[n]{\frac{V}{P}} = 1 - t$$

$$\left. \begin{array}{l} \\ \\ \end{array} \right\} - 1$$

$$\sqrt[n]{\frac{V}{P}} - 1 = -t$$

$$\left. \begin{array}{l} \\ \end{array} \right\} \times (-1)$$

$$1 - \sqrt[n]{\frac{V}{P}} = t$$

Prix initial $P$	Taux de dépréciation annuel $t$	Durée $n$	Valeur $V$
15 000€	15%	5 ans	$15\,000\text{€} \times (1 - 0,15)^5 \approx$ <b>6 655,58€</b>
$\frac{10\,240\text{€}}{(1 - 0,2)^4} =$ <b>25 000€</b>	20%	4 ans	10 240€
10 000€	$1 - \sqrt[6]{\frac{5\,314,41}{10\,000}} = 0,1 =$ <b>10%</b>	6 ans	5 314,41€

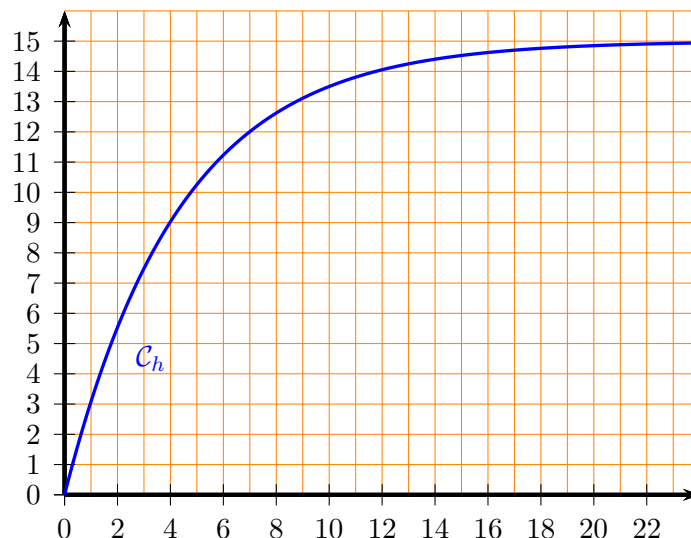
**Exercice 2**

1. À l'aide de  $h(t) = 15(1 - 10^{-0,1t})$  on calcule :

- (a)  $h(0) = 15(1 - 10^{-0,1 \times 0}) = 15(1 - 10^0) = 15(1 - 1) = 15 \times 0 = 0$ . La hauteur du bambou au début des mesures est de **0 m**.
- (b)  $h(9) = 15(1 - 10^{-0,1 \times 9}) = 15(1 - 10^{-0,9}) \approx 13,11$ . La hauteur du bambou après 9 semaines est d'environ **13,11 m**.
- (c)  $h(15) = 15(1 - 10^{-0,1 \times 15}) = 15(1 - 10^{-1,5}) \approx 14,53$ . La hauteur du bambou après 15 semaines est d'environ **14,53 m**.

2. Le premier semestre, cela fait environ 24 semaines. On a déjà 3 valeurs, on peut en calculer quelques autres avant de tracer :

$t$	$h(t)$
0	0
1	3,08
3	7,48
6	11,23
9	13,11
15	14,53
24	14,94



3. On lit graphiquement que c'est environ autour de la 3e semaine. On calcule  $h(3) \approx 7,48$  (insuffisant) et  $h(4) \approx 9,03$  (suffisant), donc c'est à la 4e semaine.

BONUS : Il faut donc résoudre  $h(t) = 7,5$ .

$$\begin{array}{rcl}
 15(1 - 10^{-0,1t}) & = & 7,5 \\
 15 - 15 \times 10^{-0,1t} & = & 7,5 \\
 -15 \times 10^{-0,1t} & = & -7,5 \\
 10^{-0,1t} & = & 0,5 \\
 \log(10^{-0,1t}) & = & \log(0,5) \\
 -0,1t & = & \log(0,5) \\
 t & = & \boxed{\frac{\log(0,5)}{-0,1}}
 \end{array}
 \begin{array}{l}
 \left. \begin{array}{l} \\ \\ \\ \\ \\ \\ \\ \end{array} \right\} \begin{array}{l} \text{Développement} \\ -15 \\ \div(-15) \\ \text{Composition avec } x \mapsto \log(x) \\ \log(10^x) = x \\ \div(-0,1) \end{array}
 \end{array}$$

**Exercice 3** : Écrire sous forme la plus simple possible (sans log ni puissance) :

- $\log_2(2^x) = \boxed{x}$
- $7^{\log_7(-1)}$  n'existe pas
- $\log_{15}(25) + \log_{15}(9) = \log_{15}(25 \times 9) = \log_{15}(225) = \log_{15}(15^2) = \boxed{2}$

BONUS  $\log(\sqrt[n]{10}) = \log\left(10^{\frac{1}{n}}\right) = \boxed{\frac{1}{n}}$

**Exercice 4** : Résoudre les équations :

- $4^{x-5} = 2^x$ . On reconnaît que  $4 = 2^2$ .  
Donc  $4^{x-5} = (2^2)^{x-5} = 2^{2(x-5)} = 2^{2x-10}$ . On peut donc écrire :  

$$\begin{array}{rcl}
 2^{2x-10} & = & 2^x \\
 2x - 10 & = & x \\
 x - 10 & = & 0 \\
 x & = & 10
 \end{array}
 \begin{array}{l}
 \left. \begin{array}{l} \\ \\ \\ \end{array} \right\} \begin{array}{l} \text{Exposants égaux} \\ -x \\ +10 \end{array}
 \end{array}$$
- $\log_2(x) = 5$ . Ici on peut simplement composer à gauche et à droite par  $2^x$  et on trouve  $x = 2^5$ . Donc  $\mathcal{S} = \{2^5\}$  ( $2^5$  est bien dans le domaine de définition de  $\log_2(x)$  qui est  $]0; +\infty[$ ).

Donc  $\mathcal{S} = \{10\}$ .

BONUS  $\log_5(2-x) = \log_5(4-2x)$ .

BONUS  $3^{x-5} = 3^{3x-7}$ . On a deux puissances d'un même nombre, on peut directement résoudre :

Composition avec  $x \mapsto 5^x$

$$\begin{array}{rcl}
 5^{\log_5(2-x)} & = & 5^{\log_5(4-2x)} \\
 5^{\log_5(y)} = y & \left. \begin{array}{l} \rightarrow \\ \rightarrow \\ \rightarrow \\ \rightarrow \end{array} \right\} & \begin{array}{l} 5^{\log_5(2-x)} = 5^{\log_5(4-2x)} \\ 2-x = 4-2x \\ 2+x = 4 \\ x = 2 \end{array}
 \end{array}$$

$$\begin{array}{rcl}
 3^{x-5} & = & 3^{3x-7} \\
 x-5 & = & 3x-7 \\
 -5 & = & 2x-7 \\
 2 & = & 2x \\
 1 & = & x
 \end{array}
 \begin{array}{l}
 \left. \begin{array}{l} \\ \\ \\ \\ \end{array} \right\} \begin{array}{l} \text{Exposants égaux} \\ -x \\ +7 \\ \div 2 \end{array}
 \end{array}$$

Donc  $\mathcal{S} = \{1\}$ .

Maintenant, il faut vérifier le domaine de définition.  $\log_5(2-x)$  est défini quand  $2-x > 0$  c'est-à-dire quand  $x < 2$ . Donc 2 n'est pas dans son domaine, et ne pourra pas être solution ! Ainsi  $\mathcal{S} = \emptyset$ .