

# Vers une axiomatique des mathématiques

Les images de ce document sont extraites du livre "Logicomix" d'Apostolos Doxiadis, Christos Papadimitriou, Alecos Papadatos et Annie Di Donna (2010 pour l'édition française).

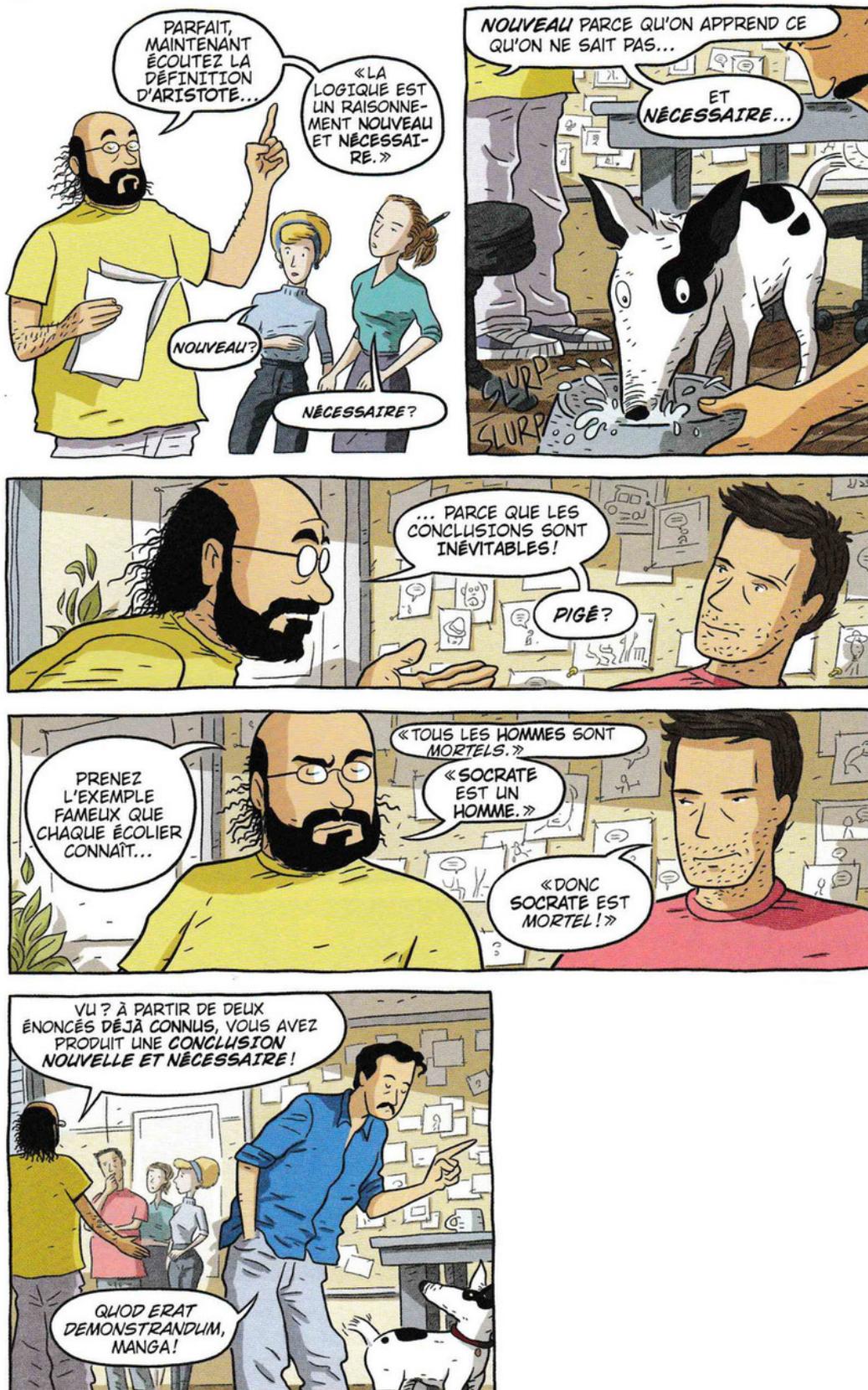
## 1 Premier extrait

Le protagoniste principal de l'histoire est Bertrand Russell. Dans ce premier extrait, Russell, encore enfant, découvre pour la première fois la notion d'axiome.



## 2 Second extrait

Dans ce second extrait, on aperçoit les quatre auteurs de la B.D., qui discutent de ce qu'est un raisonnement logique.



### 3 Troisième extrait

Dans ce troisième extrait, on est de retour avec Bertrand Russell, plus âgé, qui rend visite au professeur Frege, un logicien.

Cependant, ni lui ni son travail n'étaient très connus. Pour autant, je ne doutais pas de son importance potentielle. Sauf que...

GRIFSSCHRIFT

die sich in der f-Reihe vererbt, so hat jedes wahrens f auf x die Eigenschaft F.

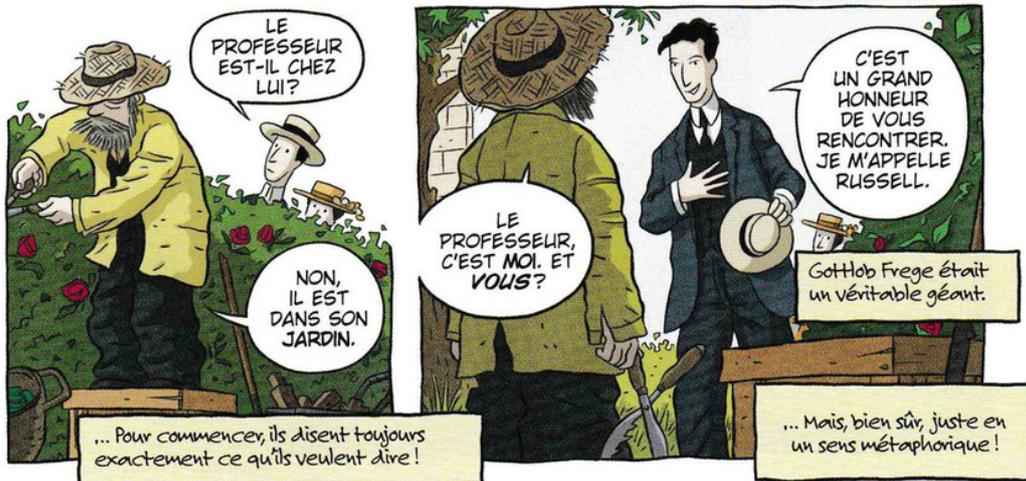
Ergebnis einer Anwendung

69

... L'écriture conceptuelle n'était pas très engageante!

... Mais une fois percée la surface abstruse, elle était d'une grande richesse.

Wenn aus dem Satze, dass b die Eigenschaft F hat, was auch b sein mag, werden kann, dass jedes Ergebnis einer Anwendung des Verfahrens f werden kann, dass jedes Ergebnis einer Anwendung des Verfahrens f in der f-Reihe.



## 4 Quatrième extrait

Dans ce quatrième extrait, Russell, encore plus âgé, nous reparle du “postulat des parallèles” qu’on a déjà rencontré dans le premier extrait.

Mais laissez-moi vous donner une idée du climat intellectuel qui régnait en 1900...

Je marque le point «A» au tableau, et je trace une ligne droite qui ne passe pas par lui...

Maintenant, je vous pose une question...

... Vous, Monsieur.

... Disons celle-ci.

Combien pouvons-nous tracer de lignes droites passant par «A» parallèles à cette droite ?

Une, évidemment !

Euclide aurait répondu pareil, comme tous les mathématiciens depuis plus de 2000 ans !

En effet.

Mais voici que ce mot «évidemment» est devenu très suspect !

L'avènement des nouvelles géométries non-euclidiennes a subverti la notion d'axiomes comme «vérités évidentes». En fait, il avait supplanté la notion même d'«évidence» !

QUI NE VOUDRAIT LEVER LE VOILE ET VOIR LE FUTUR, AVEC LES NOUVEAUX FAITS ET MÉTHODES QU'IL RÉVÉLERA ?

Cet esprit ne trouva nulle part une meilleure expression que dans la conférence d'Hilbert, «Les problèmes des Mathématiques».

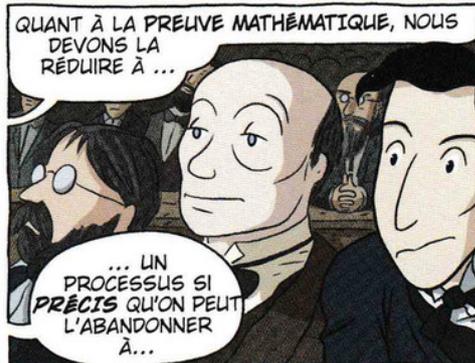
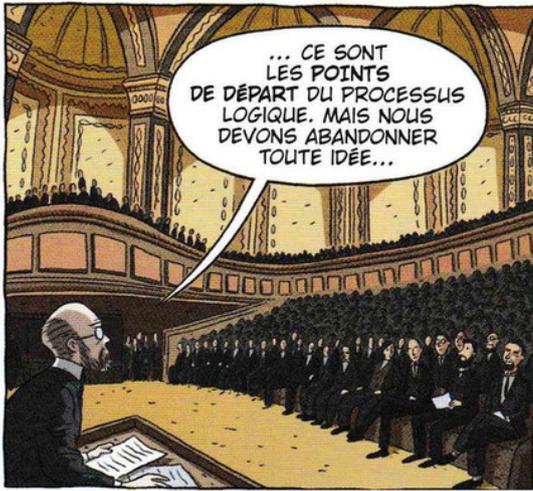
Son but déclaré était de faire un survol de l'avenir, sous la forme de vingt-trois grands problèmes irrésolus.

Mais son discours était surtout un plaidoyer pour une nouvelle mentalité, qui faisait litière d'une foule de préjugés.

L'INTUITION N'AURA PLUS DE PLACE DANS NOS PREUVES !

LES NOUVELLES MATHÉMATIQUES N'ADMETTRONT RIEN QUI SOIT «INTUITIVEMENT ÉVIDENT» ! POUR NOUS, PAS DE VÉRITÉ HORS DU CREUSET DE LA PREUVE RIGoureuse !

QUANT AUX AXIOMES D'UNE THÉORIE...

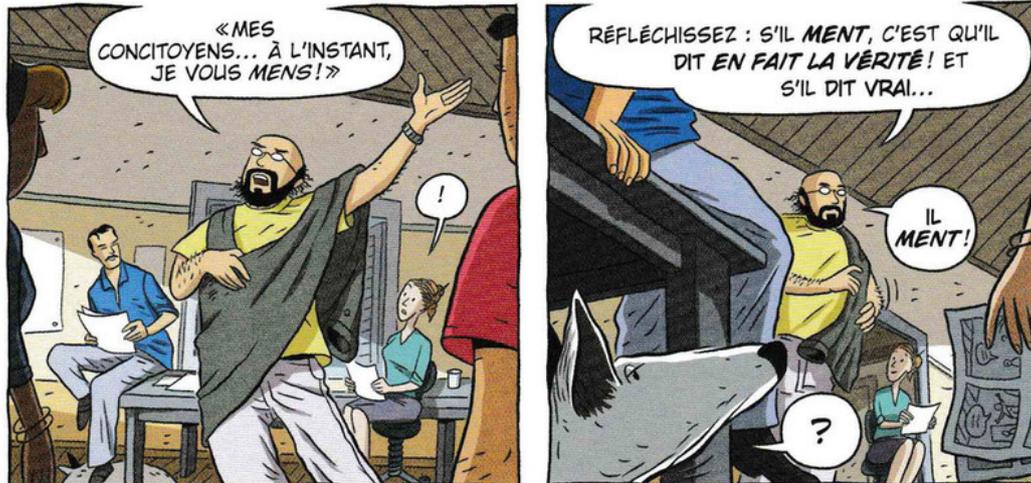
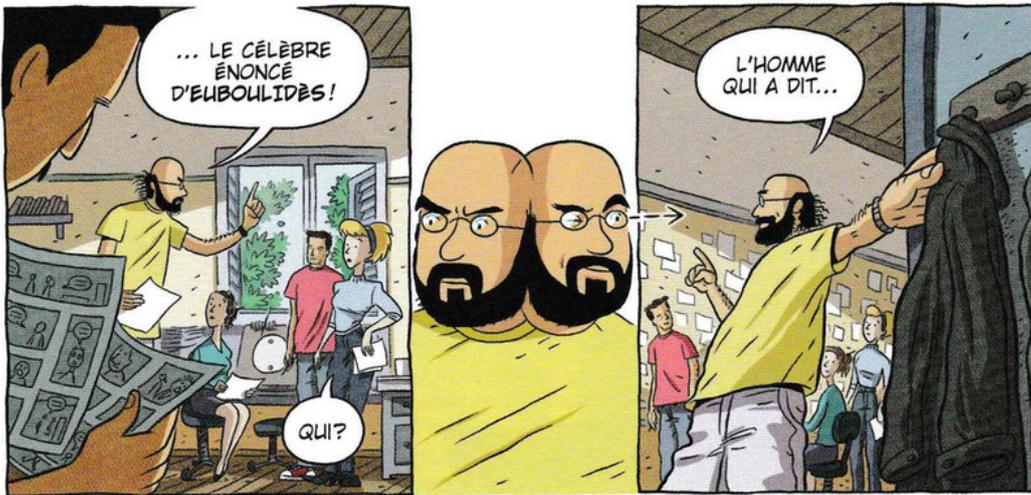


## 5 Cinquième extrait

Dans ce cinquième extrait, Russell nous expose le paradoxe qu'il a découvert et qui porte désormais son nom. Trois versions de ce paradoxe sont présentées : le paradoxe du barbier, le paradoxe du menteur, et pour finir, le paradoxe de Russell dans sa version mathématique, au sujet des ensembles.







## 6 Sixième extrait

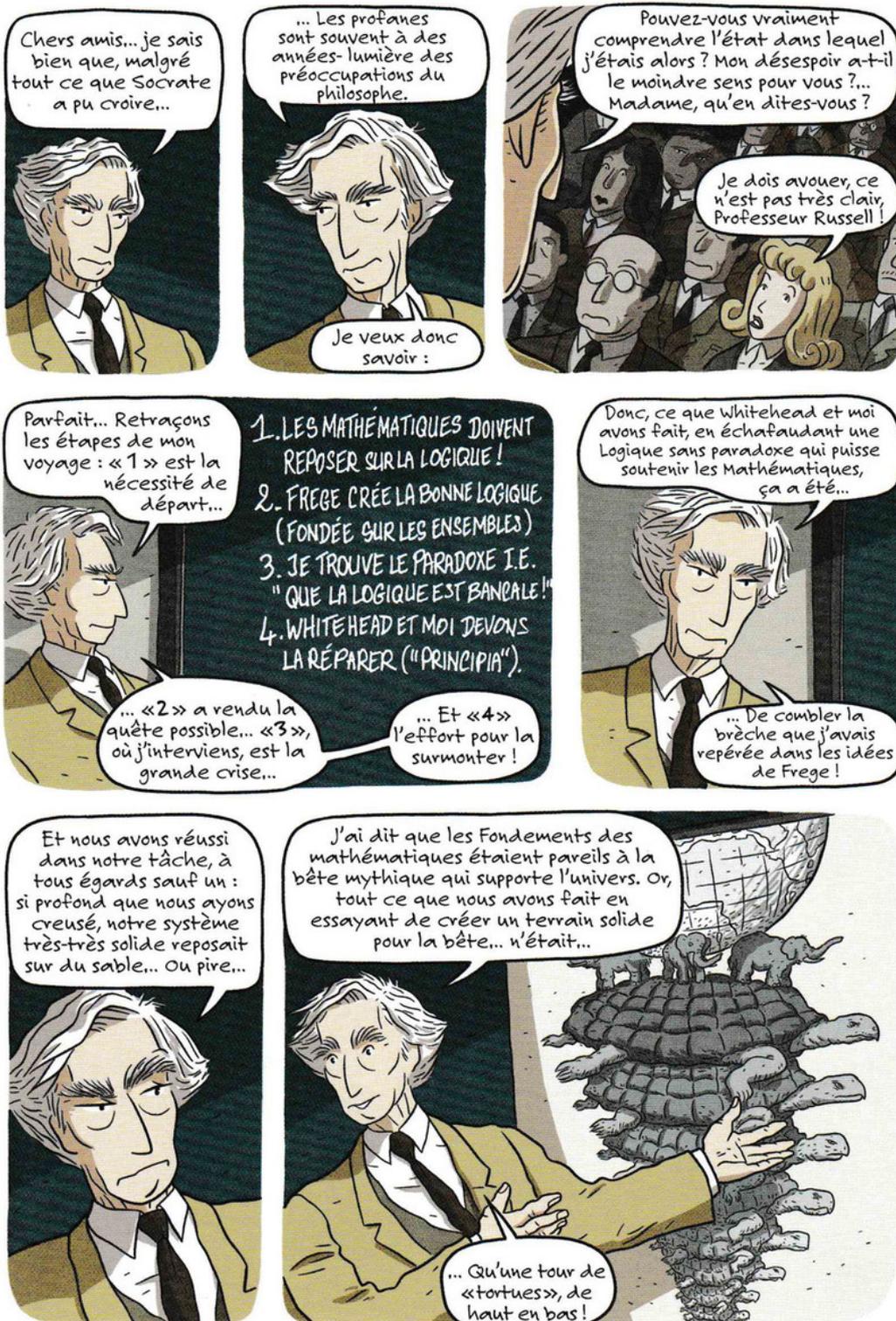
Dans ce sixième extrait, nous revoyons Frege, qui, alors qu'un de ses livres était sur le point d'être imprimé, prend connaissance du paradoxe de Russell, qui remet en cause les fondements de la théorie des ensembles sur lequel est basé son livre et donc, qui remet en cause son livre lui-même.



(on remarquera simplement qu'en français, l'abréviation correcte de Monsieur est "M." et non "Mr." qui est l'abréviation anglaise de Mister — qui plus est, l'abréviation états-unienne, en anglais de Shakespeare, l'abréviation est "Mr" sans le point)

## 7 Septième extrait

Dans ce septième extrait, Russell nous explique le chemin parcouru qui a mené à une nouvelle conception des ensembles, qui permet maintenant de "soutenir les mathématiques".



## 8 Huitième extrait

Dans ce huitième et dernier extrait, Russell ainsi que d'autres mathématiciens assistent à un exposé de Gödel qui vient clôturer cette aventure mathématique.

