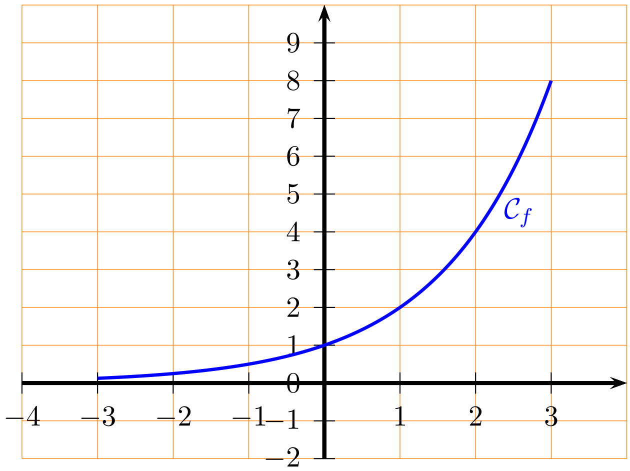
Exercice 1 : Compléter le tableau de valeurs et représenter graphiquement la fonction $f(x) = 2^x$.

x	2^x
-3	0.125
-2	0.25
-1	0.5
0	1
1	2
2	4
3	8



Exercice 2 : Résoudre les équations :

1. $2^{6x-10} = 2^{3x-7}$. On a deux puissances d'un même nombre, on peut directement résoudre :
$$\begin{aligned} 2^{6x-10} &= 2^{3x-7} && \text{Exposants égaux} \\ 6x-10 &= 3x-7 && -3x \\ 3x-10 &= -7 && +10 \\ 3x &= 3 && \div 3 \\ x &= 1 \end{aligned}$$

2. $3^{x-2} = 9^x$. Ici on reconnaît que $9 = 3^2$. Donc $9^x = \left(3^2\right)^x = 3^{2x}$. On peut donc écrire :
$$\begin{aligned} 3^{x-2} &= 3^{2x} && \text{Exposants égaux} \\ x-2 &= 2x && -x \\ -2 &= x \end{aligned}$$

Exercice 3 : Compléter le tableau (6 cases à compléter)

La formule donnée est la valeur de C_n en fonction de C_0, t et n. Elle permet de remplir les deux premières lignes : $C_n = C_0 \times (1+t)^n$.

Pour remplir les lignes 3–4, on peut exprimer C_0 en fonction du reste :
$$\begin{aligned} C_n &= C_0 \times (1+t)^n && \div(1+t)^n \\ \frac{C_n}{(1+t)^n} &= C_0 \end{aligned}$$

Pour remplir les lignes 5–6, on peut exprimer t en fonction du reste :
$$\begin{aligned} C_n &= C_0 \times (1+t)^n && \div C_0 \\ \frac{C_n}{C_0} &= (1+t)^n && \text{Racine } n\text{-ième (car } \frac{C_n}{C_0} > 0) \\ \sqrt[n]{\frac{C_n}{C_0}} &= 1+t && -1 \\ \sqrt[n]{\frac{C_n}{C_0}} - 1 &= t \end{aligned}$$

Capital initial C_0	Taux annuel t	Durée n	Valeur acquise en euros C_n
1000€	2%	1 an	$1000€ \times (1+0,02)^1 = 1020€$
1000€	2%	4 ans	$1000€ \times (1+0,02)^4 \approx 1082,43€$
$\dfrac{1530€}{(1+0,02)^1} = 1500€$	2%	1 an	1530€
$\dfrac{2381,35€}{(1+0,02)^4} \approx 2200€$	2%	4 ans	2381,35€
1000€	$\sqrt[1]{\dfrac{1040€}{1000€}} - 1 = 0,04 = 4\%$	1 an	1040€
1000€	$\sqrt[4]{\dfrac{2812,41€}{1000€}} - 1 \approx 0,295 = 29,5\%$	4 ans	2812,41€

Exercice 4 : Écrire sous forme la plus simple possible (sans log ni puissance) :

Je rappelle tout d'abord les formules utiles ici : (i) $\log = \log_{10}$; (ii) $\log_b(b^x) = x$; (iii) $b^{\log_b(x)} = x$ quand $x > 0$

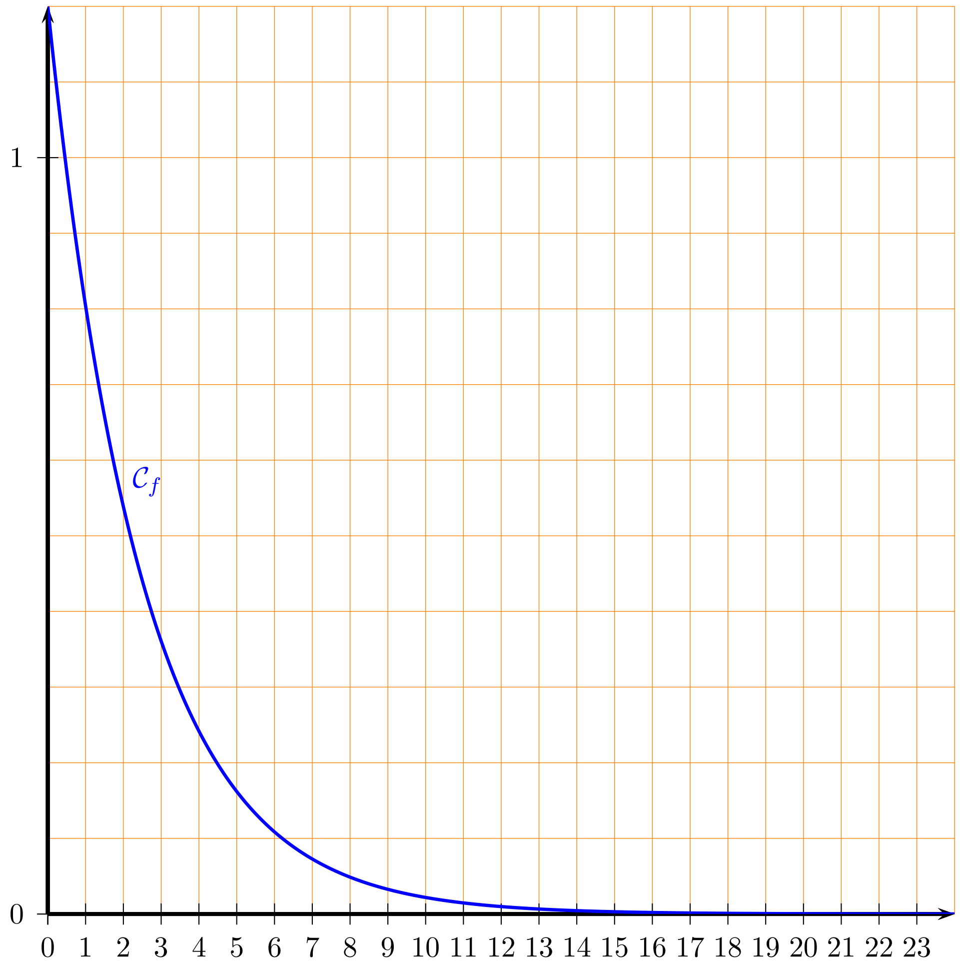
1. $\log_4(4) = \log_4(4^1) = 1$ (ii)
2. $\log_2(4) = \log_2(2^2) = 2$ (ii)
3. $\log(100000000) = \log(10^8) = 8$ (i) et (ii)
4. $\log_3(\sqrt{3}) = \log_3\left(3^{\frac{1}{2}}\right) = 0,5$ (ii)
5. $\log_{42}(\sqrt[5]{42}) = \log_{42}\left(42^{\frac{1}{5}}\right) = \dfrac{1}{5}$ (ii)
6. $3^{\log_3(10)} = 10$ (iii)
7. $10^{\log(-4)}$ n'existe pas car $-4 < 0$
8. $10^{\log(42)} = 42$ (i) et (iii)
9. $8^{\log_2(7)} = \left(2^3\right)^{\log_2(7)} = 2^{3\log_2(7)} = \left(2^{\log_2(7)}\right)^3 = 7^3 = 343$ (iii)

Exercice 7 : Avec algorithme.

1. Pour le tableau de valeurs, on peut faire comme à l'exercice 1, par exemple :

t	0	2	4	6	8	10	12	14	16	18	20	22	24
$1,2 \times 0,67^t$	1,2	0,54	0,24	0,11	0,05	0,02	0,01	0,004	0,002	0,0009	0,0004	0,0002	0,0008

On peut donc choisir comme échelle 1 cm pour 2 h et 1 cm pour 0,1 $g.L^{-1}$ pour y voir clair (ce qui donne un graphique de 12 cm par 12 cm).



2. On peut maintenant exécuter l'algorithme en suivant pas à pas les valeurs de chaque variable en fonction des lignes. Le tableau de suivi de variables est :

	C	t
Ligne 1	0,5	-
Ligne 2	0,5	0
Ligne 3	Test vrai car $1,2 \times 0,67^0 = 1,2 \geq 0,5$, on va l.4	
Ligne 4	0,5	1
Ligne 3	Test vrai car $1,2 \times 0,67^1 = 0,804 \geq 0,5$, on va l.4	
Ligne 4	0,5	2
Ligne 3	Test vrai car $1,2 \times 0,67^2 \approx 0,54 \geq 0,5$, on va l.4	
Ligne 4	0,5	3
Ligne 3	Test faux car $1,2 \times 0,67^3 \approx 0,36 < 0,5$, on va l.6	
Ligne 6	On affiche la valeur $\boxed{t = 3}$.	
FIN		

En rentrant $C = 0,2$ à la ligne 1, il faut continuer un peu, et l'algorithme affiche la valeur de $\boxed{t = 5}$.

3. C'est le même algorithme, il faut simplement rentrer $C = 0,06$. En proglab, cela donne le programme suivant. Le médicament sera éliminé $\boxed{\text{au bout de 8 heures}}$.

```
VARIABLES
	C EST_DU_TYPE NOMBRE
	t EST_DU_TYPE NOMBRE
DEBUT_ALGORITHME
	LIRE C
	t PREND_LA_VALEUR 0
	TANT_QUE (1.2*pow(0.67,t) >= C) FAIRE
		DEBUT_TANT_QUE
		t PREND_LA_VALEUR t+1
		FIN_TANT_QUE
	AFFICHER* t
FIN_ALGORITHME
```

Listing 1 – `http://proglab.fr/eie956` ou `http://www.barsamian.am/2020-2021/S5P6/medicament.alg`.