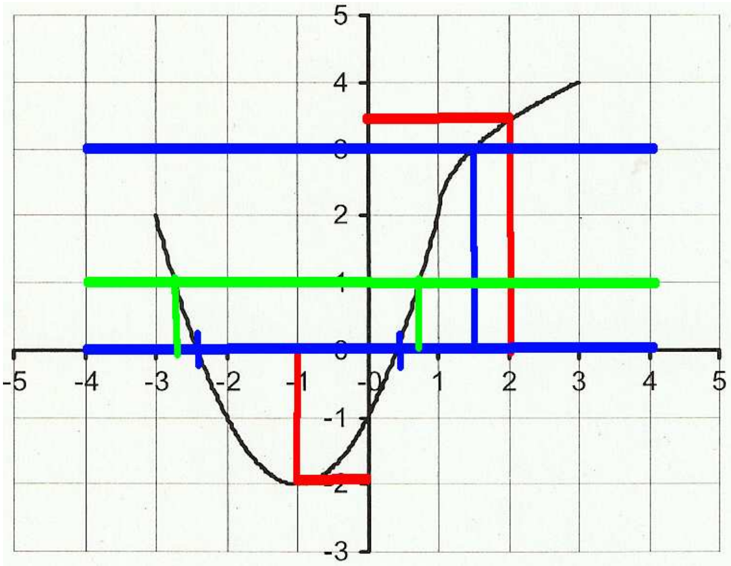
Exercice 1 (révisions chapitre 2)

J'ai laissé les traits de construction sur l'image. Il s'agit de lectures graphiques, donc approximatives.

1. $\mathcal{D}_f = \boxed{\text{[-3 ; 3]}}$, car la courbe démarre à $x = -3$ et finit à $x = 3$.
2. L'image de $\mathcal{D}_f$ par f est $\boxed{[-2;4]}$: il y a des points sur la courbe de $y = -2$ à $y = 4$.
3. $f(-1) = \boxed{\text{-2}}$
4. $f(2) \approx \boxed{3{,}3}$
5. Les réels qui ont 3 pour image par f sont les antécédents de 3. Ici on n'en voit qu'un : $\boxed{1,5}$.
6. On demande de résoudre $f(x) = 0$. On lit $\boxed{\mathcal{S} = \{-2,4;0,3\}}$.
7. On demande de résoudre $f(x) > 1$. On lit $\boxed{[-3;-2,8[\cup]0,7;3]}$.



8. Le signe de $f(x)$ est positif là où $f(x) \geq 0$ et négatif là où $f(x) \leq 0$. On lit qu'il est positif sur $\boxed{[-3;-2,4] \cup [0,3;3]}$ et négatif sur $\boxed{[-2,4;0,3]}$.

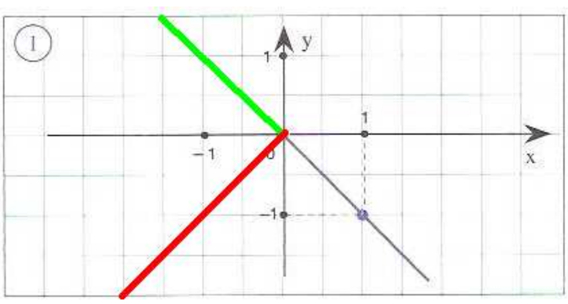
Exercice 2 (symétrie, parité)

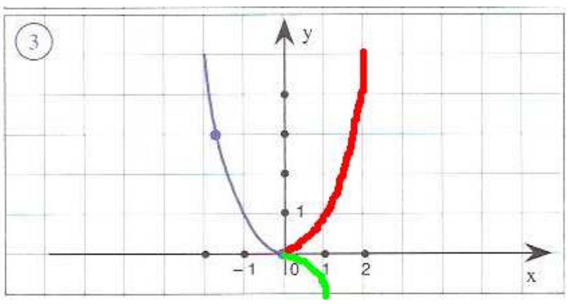
Pour ces graphiques, à part le graphique 8 qui commence clairement en $x = 0$ et le graphique 9 qui s'arrête clairement en $x = 1$, on va considérer que les courbes continuent "de la même manière" à gauche et à droite du dessin.

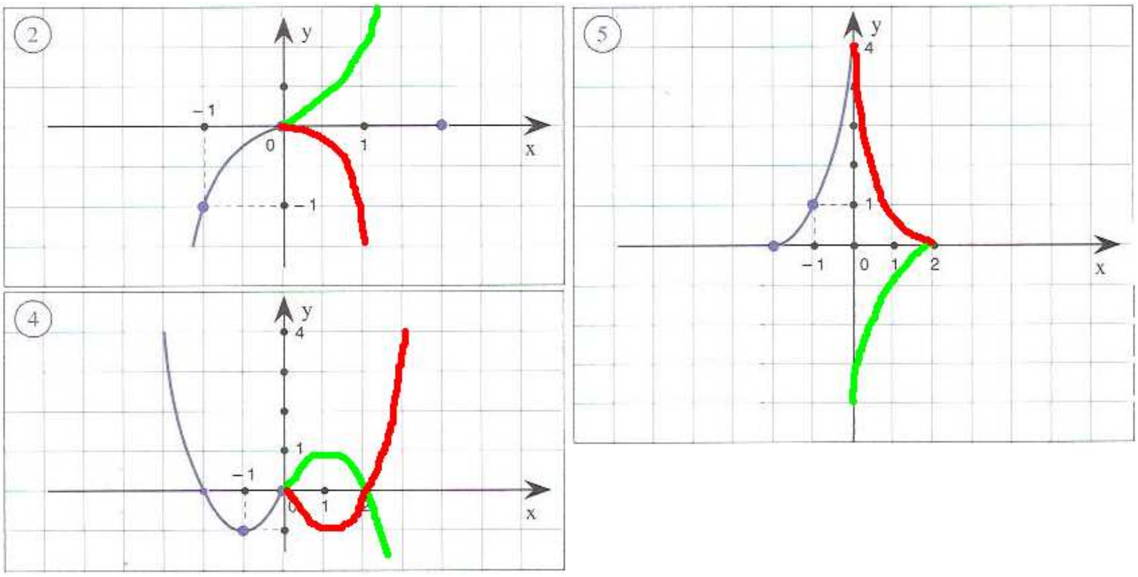
1. Symétrie axiale d'axe (Oy) : c'est une fonction paire.
2. Symétrie centrale de centre O : c'est une fonction impaire.
3. Symétrie centrale de centre O : c'est une fonction impaire.
4. Symétrie axiale d'axe (Oy) : c'est une fonction paire.
5. Symétrie centrale de centre O : c'est une fonction impaire.
6. Symétrie centrale de centre O : c'est une fonction impaire.
7. Symétrie axiale d'axe (Oy) : c'est une fonction paire.
8. Aucune symétrie.
9. Aucune symétrie (le morceau entre $x = -1$ et $x = 1$ est symétrique par rapport à O, mais globalement la courbe n'a pas de symétrie).
10. Aucune symétrie (idem qu'au graphique précédent).

Exercice 3 (parité)

Pour compléter en une fonction paire (en rouge), il faut avoir une symétrie par rapport à l'axe (Oy). Pour compléter en une fonction impaire (en vert), il faut avoir une symétrie par rapport à O.





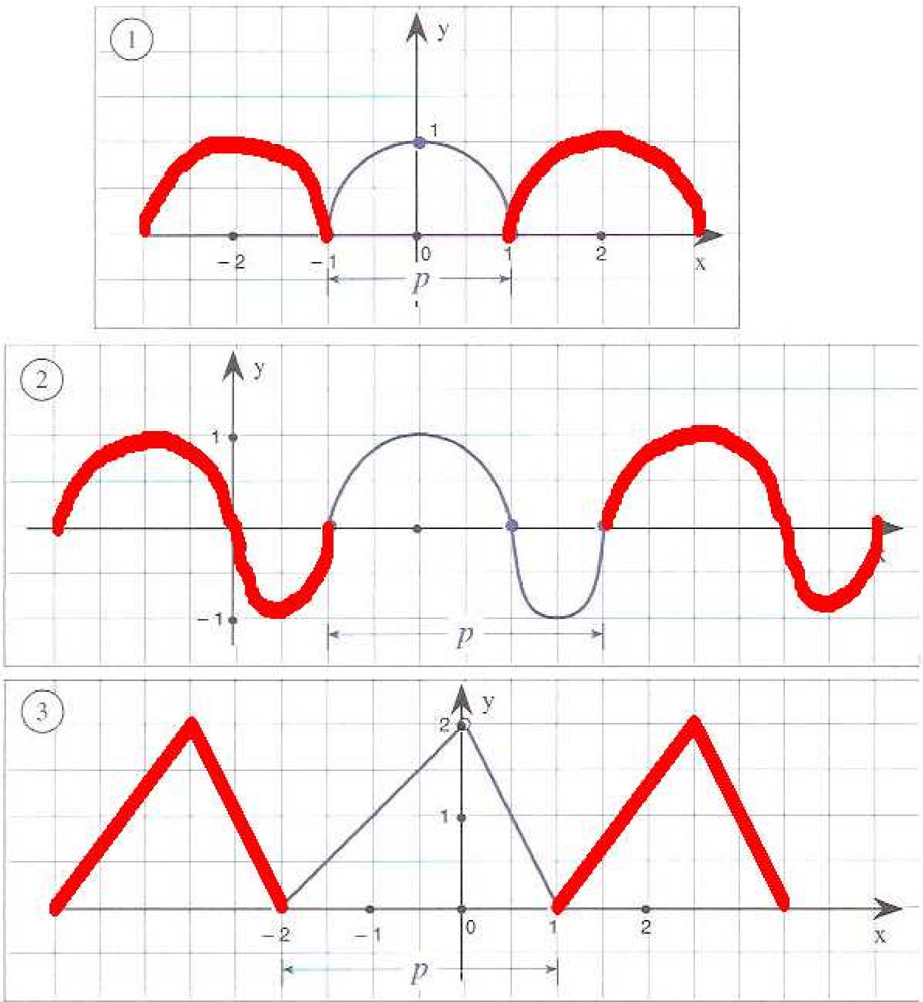


Exercice 4

Pour trouver les racines des fonctions, c'est comme on a vu au chapitre précédent : il faut déterminer où la fonction vaut 0, c'est-à-dire résoudre $f(x) = 0$.

1. Fonction périodique de période 2. Les racines sont $\{-2; -1; 0; 1; 2\}$.
2. Fonction non périodique. Les racines sont $\{0; 1; 3; 6\}$.
3. Fonction périodique de période 1. Les racines sont $\{-2; -1; 0; 1\}$ (c'est un peu subtil mais 2 n'est pas dans l'ensemble de définition puisqu'il n'y a pas de gros point bleu en $x = 2$; si vous aviez répondu 2 aussi en test avec un énoncé pas très clair comme celui-ci, j'aurais compté bon bien sûr, le but n'est jamais de vous piéger en test).

Exercice 5



Exercice 6

Fonction f.

1. Le domaine $\mathcal{D}_f$ est $[-7;5]$.
2. L'image de $\mathcal{D}_f$ par la fonction est $[-3;5]$.
3. Les racines de f sont $\{-6;-1\}$.
4. La fonction f est positive sur $[-7;-6]\ \cup[-1;5]$.
5. Le tableau de variations de la fonction f :

x	-7	-3	3	5
Var $f(x)$	4		5	
		-3		2

6. La fonction f n'est pas paire (Oy n'est pas axe de symétrie) ni impaire (O n'est pas centre de symétrie).
7. Le minimum de f est -3. Il est atteint pour $x=-3$ (ce qui veut dire que $f(-3)=-3$).
   Le maximum de f est 5. Il est atteint pour $x=3$ (ce qui veut dire que $f(3)=5$).
8. La fonction f n'est pas périodique car son graphique ne se répète pas.

Fonction g.

1. Le domaine $\mathcal{D}_g$ est $]-7;5[$ (ici aux extrémités, en $x=-7$ et en $x=5$, on a un point blanc, pas noir, et la convention qui était donnée au tout début de l'énoncé disait que cela signifiait que le point n'est pas sur le graphique ; donc -7 et 5 ne sont pas dans l'ensemble de définition de g). Bien sûr c'est une subtilité qui ne sera pas exigible au test B, et en règle générale, dans un test on rappellerait la notation précise utilisée.
2. L'image de $\mathcal{D}_g$ par la fonction est $]-3;3]$ (c'est la même subtilité : la valeur -3 n'est pas atteinte car le point tout en bas n'est pas sur le graphique, mais la valeur 3 est bien atteinte).
3. Les racines de g sont $\{-6;2,2\}$.
4. La fonction g est positive sur $[-6;2,2]$.
5. Le tableau de variations de la fonction g :

x	-7	-4	-2	5
Var $g(x)$		3	3	
	-3			-2

6. La fonction g n'est pas paire (Oy n'est pas axe de symétrie) ni impaire (O n'est pas centre de symétrie).
7. La fonction g n'a du coup pas de minimum (puisque la valeur -3 n'est pas atteinte, le point n'est pas sur le graphique). Bien sûr si on pensait que le point était sur le graphique, alors on aurait répondu que -3 est le minimum et qu'il est atteint pour $x=-7$ (ce qui veut dire que $g(-7)=-3$).
   Le maximum de g est 3. Il est atteint pour n'importe quelle valeur de x dans $[-4;-2]$ (ce qui veut dire que $g(-4)=3$, $g(-3,9)=3$, $g(-3,8)=3$, $\ldots$).
8. La fonction g n'est pas périodique car son graphique ne se répète pas.

Fonction h.

1. Le domaine $\mathcal{D}_h$ est $[-3;3]$.
2. L'image de $\mathcal{D}_h$ par la fonction est $[-15;15]$.
3. Les racines de h sont $\{-2;0;2\}$.
4. La fonction h est positive sur $[-2;0]\cup[2;3]$.
5. Le tableau de variations de la fonction h :

x	-3	-1	1	3
Var $h(x)$		4		15
	-15		-4	

6. La fonction h n'est pas paire (Oy n'est pas axe de symétrie) mais elle est impaire (O est centre de symétrie).
7. Le minimum de h est -15. Il est atteint pour $x = -3$ (ce qui veut dire que $h(-3) = -15$).
   Le maximum de h est 15. Il est atteint pour $x = 3$ (ce qui veut dire que $h(3) = 15$).
8. La fonction h n'est pas périodique car son graphique ne se répète pas.

Fonction j.

1. Le domaine $\mathcal{D}_j$ est $[-3; 3]$.
2. L'image de $\mathcal{D}_j$ par la fonction est $[-10; 30]$.
3. Les racines de j sont $\{-1; 0; 2\}$.
4. La fonction j est positive sur $[-3; -1] \cup [0; 2]$.
5. Le tableau de variations de la fonction j :

x	-3	$-0,5$	1	3
Var $j(x)$	30	-2	5	-10

6. La fonction j n'est pas paire (Oy n'est pas axe de symétrie) ni impaire (O n'est pas centre de symétrie).
7. Le minimum de j est -10. Il est atteint pour $x = 3$ (ce qui veut dire que $j(3) = -10$).
   Le maximum de j est 30. Il est atteint pour $x = -3$ (ce qui veut dire que $j(-3) = 30$).
8. La fonction j n'est pas périodique car son graphique ne se répète pas.

Fonction k.

1. Le domaine $\mathcal{D}_k$ est $\mathbb{R} =]-\infty; +\infty[$.
2. L'image de $\mathcal{D}_k$ par la fonction est $[0; 1]$.
3. Les racines de k sont tous les nombres entiers : $\mathbb{N}$.
4. La fonction k est positive sur $\mathbb{R}$.
5. Le tableau de variations de la fonction k :

x	...	0	0,5	1	1,5	2	2,5	3	3,5	4	...
Var $k(x)$	...	0	1	0	1	0	1	0	1	0	...

6. La fonction k est paire (Oy est axe de symétrie) mais pas impaire (O n'est pas centre de symétrie).
7. Le minimum de k est 0. Du coup, on a vu déjà dans la question 3 qu'il est atteint pour n'importe quelle valeur x qui est un nombre entier.
   Le maximum de k est 1. Il est atteint pour tous les nombres "demi-entiers", c'est-à-dire tous les nombres dans l'ensemble $\{\ldots, -3,5; -2,5; -1,5; -0,5; 0,5; 1,5; 2,5 \ldots\}$.
8. La fonction k est périodique de période 1 car le graphique se répète indéfiniment et le dessin qui se répète fait 1 unité de large.