

Exercice 1

Dans un jeu de 32 cartes (4 couleurs, dans chaque couleur 7, 8, 9, 10, V, D, R, As), on associe des points à chaque carte :

- 0 pour les cartes de 7 à 10
- 1 pour les valets
- 2 pour les dames
- 3 pour les rois
- 5 pour les as

On tire une carte au hasard (les cartes sont indiscernables) et on note X la variable aléatoire qui correspond au nombre de points obtenus. Remplir la loi de probabilités de X :

k	0	1	2	3	5
$P(X = k)$					

Exercice 2

Au casino, un jeu consiste à lancer un dé bien équilibré à 6 faces (numérotées de 1 à 6). On regarde la valeur v obtenue sur le dé. Si v est un multiple de 3, le joueur empoche v euros, sinon il doit donner v euros à la banque.

On note X la variable aléatoire qui correspond au gain (positif si le joueur empoche de l'argent, négatif s'il doit en payer à la banque) du joueur. Remplir la loi de probabilités de X :

k					
$P(X = k)$					

Quel gain peut espérer le joueur en moyenne ?

Exercice 3

Dans un jeu de pile ou face, on gagne 1€ si l'on obtient "pile" et on perd 2€ si l'on obtient "face". Choisissez une variable aléatoire et déterminez sa loi de probabilité, son espérance mathématique.

Exercice 4

On jette un dé non pipé et on note le chiffre de la face supérieure.

- On gagne 5 € si c'est 6 ;
- On ne gagne ni ne perd rien si c'est 3 ou 2 ;
- On gagne 1 € si c'est 5 ou 4 ;
- On perd 0,5 € si c'est 1.

On note X la variable aléatoire qui correspond au gain du joueur. Déterminer sa loi de probabilité. Quel gain moyen peut espérer le joueur ?

Exercice 5

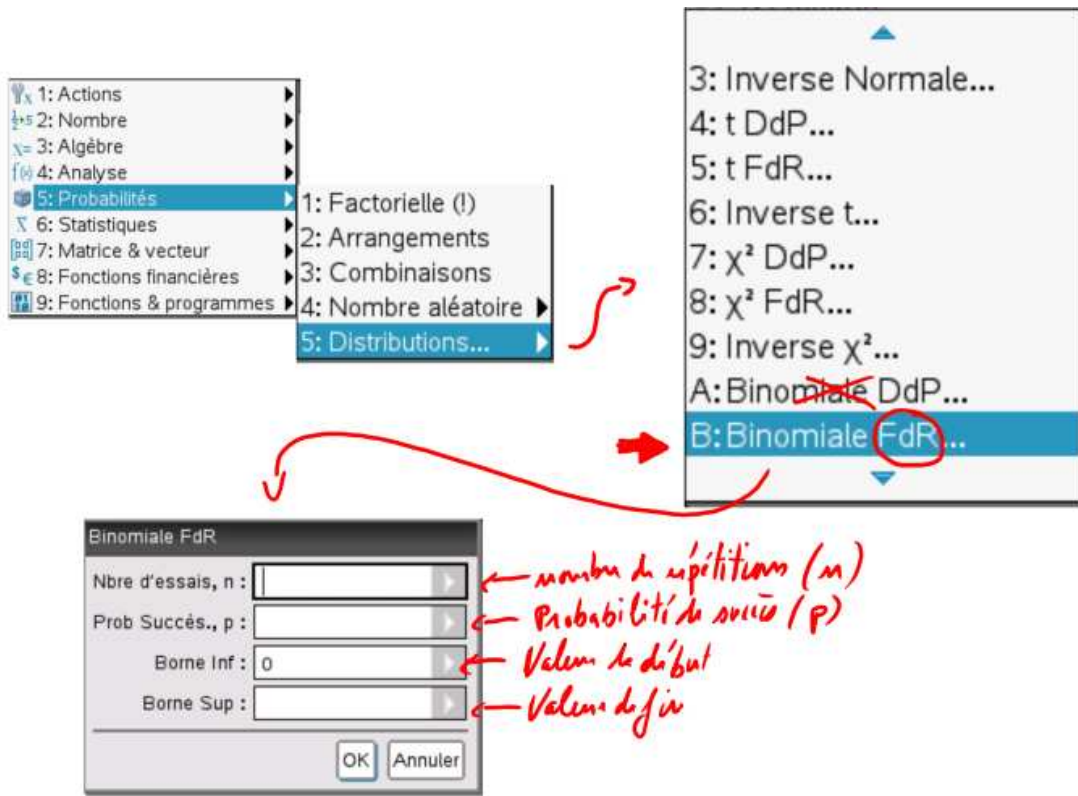
On lance 5 fois de suite une pièce truquée : à chaque lancer, on a une probabilité 0,7 de tomber sur "pile" et 0,3 de tomber sur "face". On suppose les lancers indépendants les uns des autres.

Une suite de lancers, c'est donc assimilable à un mot de 5 lettres formé des lettres "P" et "F". Par exemple "PPFPF" représente la suite "pile, pile, face, pile face". Pour compter combien de manière différentes de faire 3 "pile" dans cette expérience, il suffit donc de calculer $C(5, 3) = \frac{5!}{3! \cdot (5-3)!}$ ou directement à la calculatrice $nCr(5, 3)$.

La probabilité de faire par exemple "PPFPF", c'est $0,7 \times 0,7 \times 0,3 \times 0,7 \times 0,3 = 0,7^3 \cdot 0,3^2$. Effectivement, c'est exactement comme en classe, on fait l'arbre total (un peu long ici) et on obtiendrait ce calcul. Calcul qui serait le même pour toute branche qui contient 3 "pile" et 2 "face". D'où la formule générale de votre formulaire : si on note X la variable aléatoire qui compte le nombre de pile, alors pour tout nombre k entre 0 et 5 :

$$P(X = k) = C(5, k) \cdot 0,7^k \cdot 0,3^{5-k}$$

À la calculatrice, voir page suivante :



Ici le nombre d'essais est 5, la probabilité de succès, si on compte les "pile", c'est 0,7, et les bornes qu'on veut choisir, eh bien, ça dépend de la question qu'on se pose. Si on veut connaître la probabilité d'avoir 3 "pile", les bornes sont [3; 3]. Si on veut calculer la probabilité d'avoir 2 "pile" ou moins, les bornes sont [0; 2]. Si on veut calculer la probabilité d'avoir 4 "pile" ou plus, les bornes sont [4; 5], etc.

Compléter le tableau suivant (on arrondira à 0,001 près) :

k						
$P(X = k)$						

Exercice 6

Parmi les élèves d'une école, 30% viennent à l'école en prenant un bus. On choisit 10 élèves de cette école. Quelle est la probabilité que parmi ces élèves...

1. 3 exactement utilisent le bus ?
2. au moins 9 élèves utilisent le bus ?
3. au plus 2 élèves utilisent le bus ?
4. au moins un élève utilise le bus ?

Exercice 7

On propose un questionnaire à choix multiple aux personnes qui se présentent pour participer à un jeu télévisé. Ce questionnaire comporte 5 questions et, pour chaque question, un choix de 4 réponses possibles dont une seule est correcte. Un candidat est éliminé s'il a moins de 4 réponses correctes. L'un d'eux répond au hasard à chacune des questions. Quelle est la probabilité qu'il soit éliminé ?

Exercice 8

Une urne contient 7 boules blanches et 5 boules noires indiscernables au toucher. On tire cinq boules au hasard avec remise.

1. Quelle est la probabilité d'obtenir une seule boule noire ?
2. Quelle est la probabilité d'obtenir 2 boules blanches ?
3. Quelle est la probabilité de ne pas obtenir de boule noire ?
4. Quelle est la probabilité d'obtenir au plus 3 boules blanches ?

Exercice 9

Dans une école, la probabilité qu'un élève échoue à l'examen est de 0,4. On choisit au hasard cinq élèves. Quelle est la probabilité. . .

1. pour qu'aucun des cinq ne réussisse ?
2. pour que tous les cinq réussissent ?
3. pour qu'au moins deux réussissent ?

Exercice 10

Un tireur à l'arc atteint une cible avec une probabilité de $\frac{1}{3}$. Il tire 6 fois.

1. calculez la probabilité d'atteindre la cible exactement deux fois ;
2. calculez la probabilité d'atteindre la cible au plus deux fois ;
3. calculez la probabilité d'atteindre la cible au moins trois fois.
4. Combien de fois doit-il tirer pour que la probabilité de toucher la cible au moins une fois soit plus grande que 0,75 ?

Exercice 11

Supposons que dans l'entreprise où vous allez effectuer votre stage, 8 commandes sur 10, en moyenne, soient inférieures à 65 €. Déterminez la probabilité que, sur 14 commandes reçues ce jour, au moins 12 soient inférieures à 65 €.qu'au moins deux réussissent ?

Exercice 12

En moyenne, 22% des maisons sont isolées en façade contre les pertes de chaleur. Déterminez la probabilité que, sur 10 maisons choisies au hasard. . .

1. au moins 2 soient isolées ;
2. elles soient toutes isolées.

Exercice 13

En moyenne, 15 ménages sur 75 possèdent un PC. Calculez la probabilité que sur 10 ménages choisis au hasard, 4 possèdent un PC.

Exercice 14

Une compagnie possède un contrat d'entretien pour 300 ascenseurs. On admet que chaque semaine, la probabilité de panne d'un ascenseur est de $\frac{1}{75}$. On suppose l'indépendance entre les pannes d'un même ascenseur ainsi que de deux ascenseurs différents. Calculez la probabilité pour que lors d'une semaine :

1. il ne survienne aucune panne
2. il survienne exactement deux pannes
3. il survienne au plus 5 pannes
4. il survienne moins de quatre pannes.