1 Sans calculatrice

1.1 Fonctions

Exercice 1

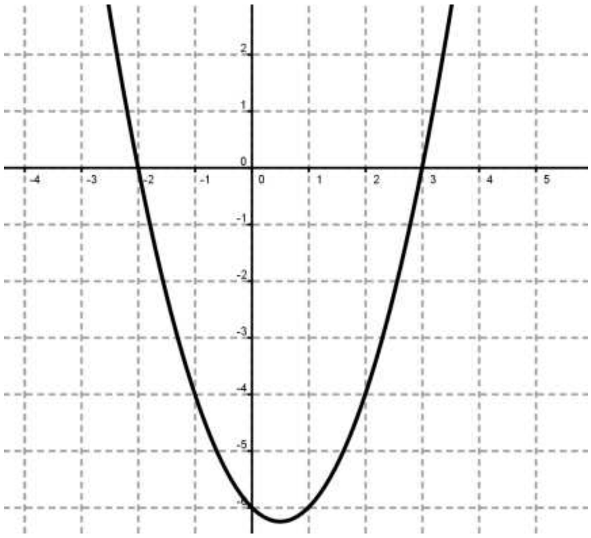
On donne la fonction définie par $f(x) = x^3 + 3x^2 - 2$.

1. Déterminer $f'(x)$.
2. Déterminer l'équation de la tangente au point d'abscisse -1.
3. En quel(s) point(s) la tangente est-elle horizontale ?
4. Déterminer les coordonnées des points de la courbe pour lesquels la tangente est parallèle à la droite d'équation $y = 9x + 1$.

Exercice 2

Soit le graphe de la **dérivée** f' d'une fonction f.

1. Faire un tableau de variations de la fonction f.
2. Sur quel(s) intervalle(s) la fonction f est-elle croissante ? décroissante ?
3. Donner la nature des extrémum(s).

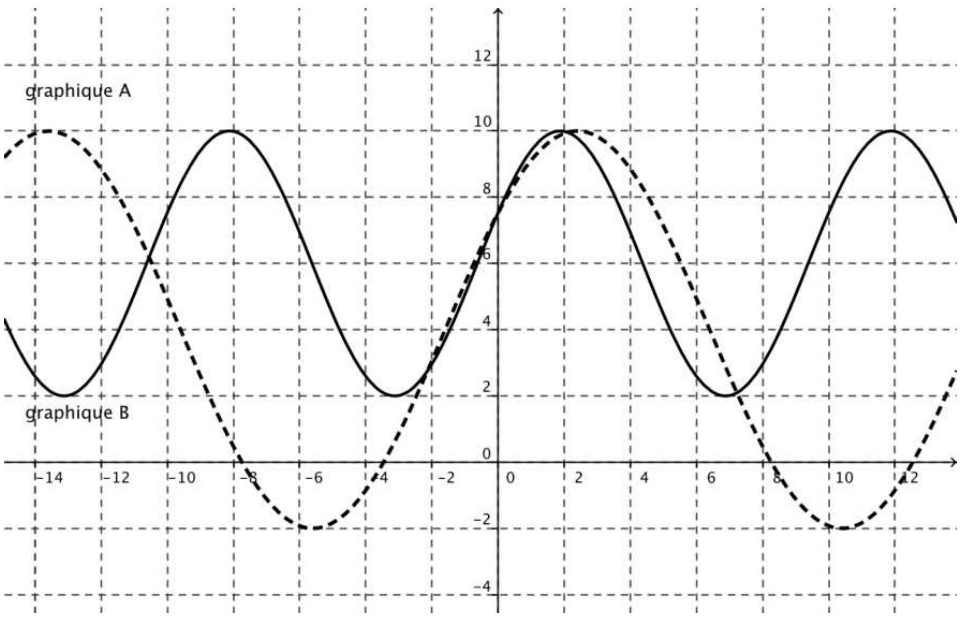


Exercice 3

Préciser le décalage vertical, l'amplitude, la phase à l'origine, la période, la fréquence pour la fonction suivante : $f(x) = 6 + 4\sin\left(\dfrac{\pi}{5}x + \dfrac{\pi}{8}\right)$.

Exercice 4

Associer graphique et fonction : $f(x) = 6 + 4\sin\left(\dfrac{\pi}{5}x + \dfrac{\pi}{8}\right) \quad g(x) = 4 + 6\sin\left(\dfrac{\pi}{8}x + \dfrac{\pi}{5}\right)$



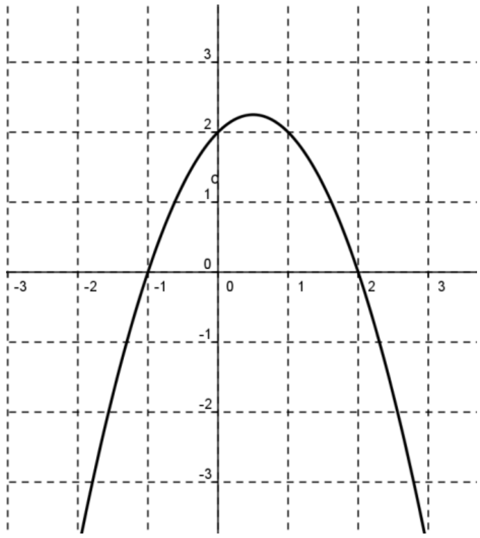
Exercice 5

On donne la fonction définie par $f(x) = 2x^3 + 3x^2 - 12x$.

1. Déterminer $f'(x)$.
2. Déterminer l'équation de la tangente au point d'abscisse 1. Justifier.
3. Quelles sont les abscisses des points en lesquels la tangente est horizontale ? Justifier.

Exercice 6

Soit le graphe de la **dérivée** f' d'une fonction f.



1. Faire un tableau de variations de la fonction f.
2. Sur quel(s) intervalle(s) la fonction f est-elle croissante ? décroissante ?
3. Donner la nature des extrémums.

Exercice 7

Esquissez le graphe de la parabole $y = x^2 - 2x - 8$.

Votre graphique doit montrer les coordonnées des points d'intersection avec les axes de coordonnées ainsi que les coordonnées du sommet.

Exercice 8

On considère la fonction

$$f(x) = x^3 + x^2 - 5x - 6$$

Déterminez les abscisses des points extremums de $\mathcal{C}_f$. Déterminez, pour chacun de ces extremums, s'il s'agit d'un minimum local ou d'un maximum local.

Remarque : *Il n'est pas demandé de calculer les ordonnées des points extremums.*

1.2 Probabilités

Exercice 9

Une urne contient deux boules blanches et quatre boules noires indiscernables au toucher. On tire deux boules de l'urne sans remise.

Quelle est la probabilité d'avoir exactement une boule blanche ? Justifier.

Exercice 10

Un jeu consiste à lancer quatre fois de suite une pièce de monnaie équilibrée.

1. Quelle est la probabilité de ne pas tomber sur « Pile » ?
2. Quelle est la probabilité de tomber au moins trois fois sur « Pile » ? Justifier.

Exercice 11

Un grand panier contient 4 boules rouges et 3 boules vertes. On tire successivement deux boules de ce panier sans remise. Quelle est la probabilité de tirer deux boules de couleurs différentes ? Justifier.

Exercice 12

Soit X une variable aléatoire qui suit la loi de probabilités suivante :

xi	-1	0	3	6
$P(X = xi)$	$0,3$	$0,2$	$0,4$	$\dots$

1. Que vaut $P(X = 6)$?
2. Déterminer l'espérance mathématique de cette variable aléatoire. Justifier.

Exercice 13

On veut faire une commission de 3 personnes parmi un groupe de 5 personnes. De combien de façons cela est-il possible ? Justifier.

Exercice 14

Combien de mots (ayant un sens ou non) de 4 lettres différentes peut-on former à partir des lettres M A T H. Justifier.

2 Avec calculatrice

2.1 Fonctions

Exercice 15

Une entreprise fabrique un produit chimique dont le coût total journalier de production pour x litres est donné par la fonction C définie sur $I = [1; 50]$ par $C(x) = 0,5x^2 + 2x + 200$, les coûts étant exprimés en centaines d'euros.

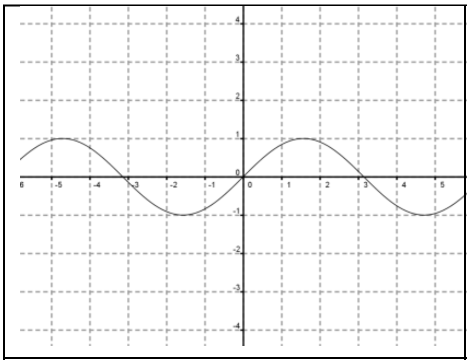
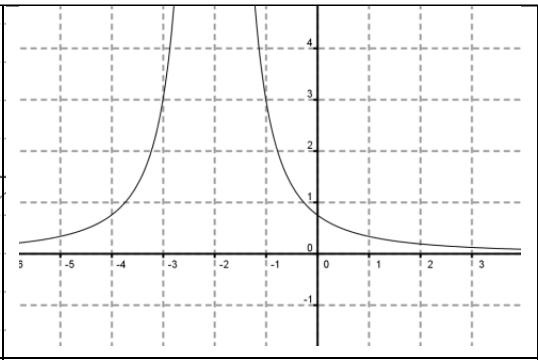
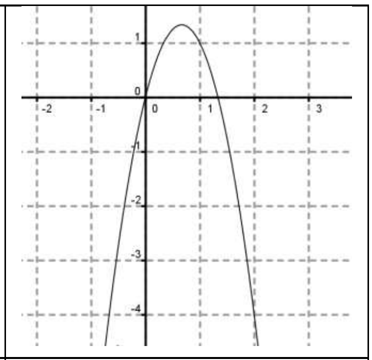
Le prix de vente d'un litre de ce produit chimique est de 2300 euros.

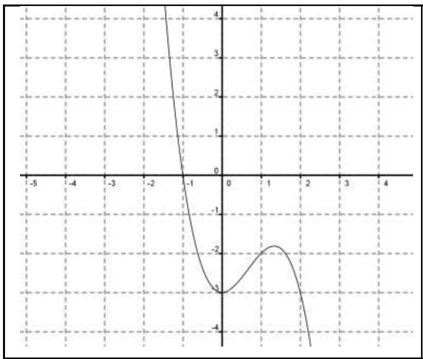
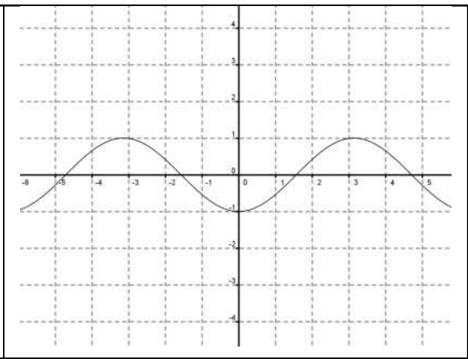
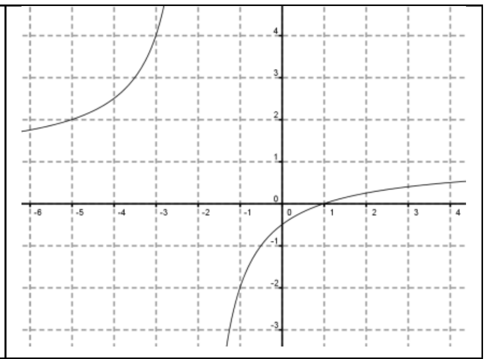
1. Montrer que la recette est donnée par la fonction R définie sur I par $R(x) = 23x$.
2. Montrer que le bénéfice est donné par la fonction $B(x) = -0,5x^2 + 21x - 200$.
3. Déterminer $B'(x)$.
4. Faire le tableau de signe de $B'(x)$. En déduire les variations de $B(x)$.

5. Déterminer la quantité à produire pour que le bénéfice soit maximal.

Exercice 16

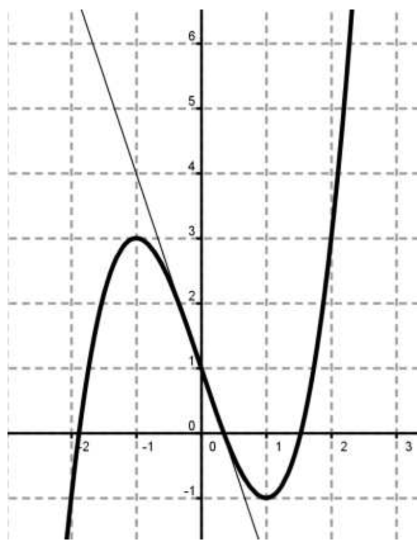
Associer à chaque graphique A, B, C de la **dérivée** de la fonction, le graphique 1, 2, 3 de la fonction de départ :

		
A	B	C

		
1	2	3

Exercice 17

Soit la fonction $f(x)$ dont le graphique est ci-dessous.



1. Déterminer $f(0)$ et $f'(0)$.
2. Sachant que $f(x) = x^3 + bx + c$, et en utilisant les valeurs obtenues en 1., déterminer b et c.

Exercice 18

Soit la fonction

$$C(x) = x^2 + 5x + 12$$

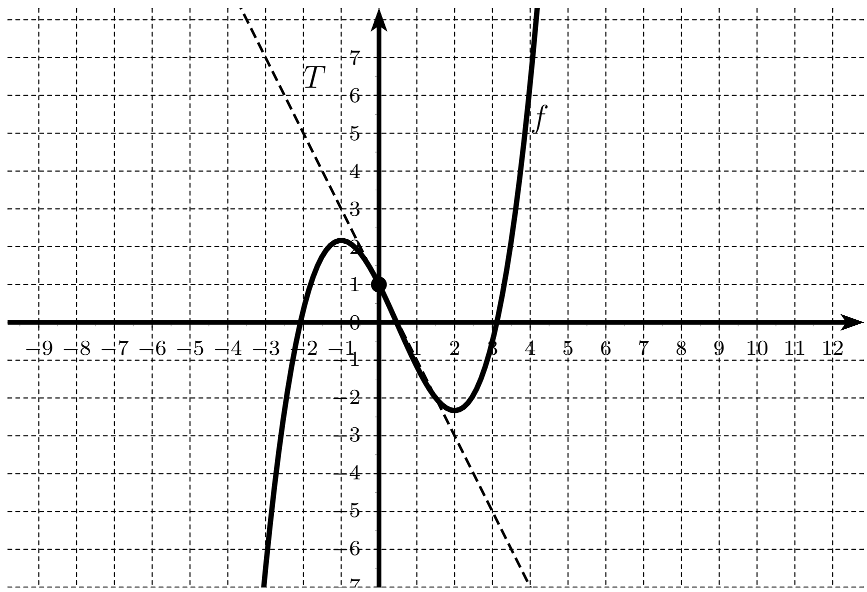
qui représente le coût en milliers d'euros de la production de x milliers d'articles, $x \in [0, 15]$.

On suppose que chaque article fabriqué est vendu au prix unitaire de 16€. Soit $R(x) = 16x$ la fonction exprimant la recette en milliers d'euros pour la vente de x milliers d'articles.

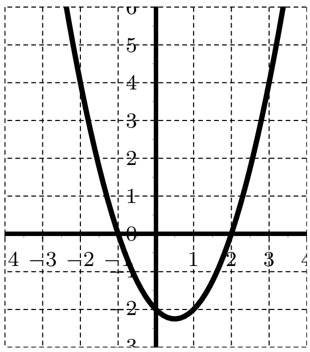
1. Calculez $C(0)$; qu'est-ce que cela représente ?
2. Calculez les coûts de fabrication de 1000 et 5000 articles, puis les recettes correspondantes. Que concluez-vous ?
3. Soit $B(x)$ le bénéfice réalisé pour x milliers d'articles produits et vendus.
   (a) Montrer que l'on a : $B(x) = -x^2 + 11x - 12$.
   (b) Dressez le tableau de variation de $B(x)$.
   (c) En déduire la production qui permet d'atteindre le bénéfice maximal, et précisez ce bénéfice maximal.
   (d) Pour quelles productions l'entreprise est-elle bénéficiaire ?

Exercice 19

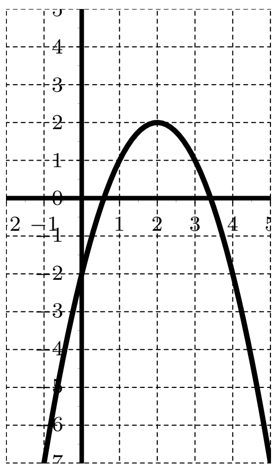
Soit la fonction f dont le graphe et une tangente (T) sont donnés ci-dessous :



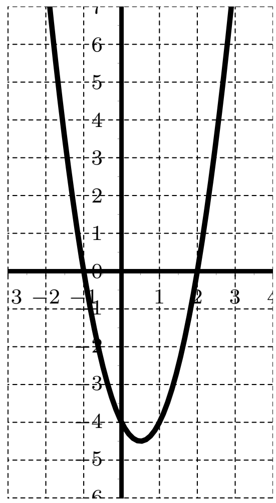
Déterminez lequel des graphes ci-dessous est celui de la dérivée f' de la fonction f. Justifiez correctement.



Graphe A



Graphe B



Graphe C

Exercice 20

Soit la fonction définie sur $\mathbb{R}$ par $f(x) = x^3 - 3x^2 - 9x + 2$.

1. Déterminez la dérivée de f, en déduire le tableau de variations complet de f.
2. Déterminez les extrémums de f et donnez leur nature.
3. Déterminez l'équation de la tangente au graphe de f au point d'abscisse 2.
4. Déterminez les coordonnées du ou des points du graphe de f dont la tangente est parallèle à la droite d'équation $y = -9x + 2$.

Exercice 21

La fonction $f(x) = x^4 + 4x^3 - 4x^2 - 16x$ est définie pour $x \in \mathbb{R}$.

1. Calculez $f'(x)$ et déterminez les coordonnées des points extremums de $\mathcal{C}_f$.
2. Pour chacun des points extremums, déterminez s'il s'agit d'un maximum local ou d'un minimum local.
3. Déterminez le(s) intervalle(s) sur le(s)quel(s) f est croissante.
4. Trouvez l'équation de la tangente à $\mathcal{C}_f$ au point d'abscisse 1.

Exercice 22

Faites attention à ce que votre calculatrice soit bien réglée en radians pour cet exercice.

La profondeur de l'eau au bout d'une jetée peut être modélisée par la fonction

$$d(t) = 5,6 \sin\left(\frac{\pi}{6}t\right) + 14,9$$

où d est la profondeur de l'eau en mètres et t est le nombre d'heures après minuit.

Utilisez votre calculatrice pour vous aider à *esquisser un graphe* de cette fonction, puis répondez aux questions suivantes :

1. Quelle est la période de cette fonction ?
2. Estimez la profondeur de l'eau à minuit.
3. Estimez la profondeur de l'eau à 8h du matin.
4. À quelle heure l'eau sera-t-elle la plus haute dans l'après-midi ?

2.2 Probabilités

Exercice 23

À « la ferme de Ker Loïc », on produit des œufs de différentes catégories. La probabilité qu'un œuf soit de la catégorie « Gros et Extra » est égale à 0,24. On remplit au hasard une boite de douze œufs. On suppose le choix des œufs indépendants les uns des autres.

1. Quelle est la probabilité pour que la boite contienne exactement 5 œufs de la catégorie « Gros et Extra » ? Justifier le raisonnement.
2. Quelle est la probabilité pour que la boite contienne au moins un œuf de la catégorie « Gros et Extra » ?

Exercice 24

Dans une urne,il y a vingt boules portant le nombre -5, cinq boules portant le nombre 0, quatre boules portant le nombre 1 et une boule portant le nombre 2. On tire au hasard une boule et on note le nombre. Soit X la variable aléatoire égale au nombre porté par la boule tirée

1. Compléter le tableau définissant la loi de probabilité de X

xi				
$P(X = xi)$				

2. Calculer l'espérance $E(X)$ de la variable aléatoire X.

Exercice 25

Une agence de voyages veut organiser des circuits touristiques comprenant dans un ordre ordonné, les 6 villes grecques : Athènes, Delphes, Olympe, Corinthe, Sparte et Nauplie.

1. Combien y a-t-il de circuits possibles ?

Cette agence propose aussi des excursions permettant de visiter 2 villes parmi les 6 citées précédemment : les excursions du type par exemple Olympe-Delphes et Delphes-Olympe sont considérées comme différentes.

2. Combien y a-t-il d'excursions possibles ?

Exercice 26

On lance n fois de suite un dé bien équilibré à 6 faces.

1. Quelle est en fonction de n la probabilité d'obtenir un SIX au moins une fois ?
2. Quelle est la limite de cette probabilité quand n tend vers $+\infty$?
3. Quelle est le nombre minimal de lancers pour que cette probabilité soit supérieure à $0,9$?

Exercice 27

Une entreprise agricole fournit des pommes ; 8% des pommes sont abîmées. Vous achetez un panier de 20 pommes choisies au hasard dans la production. On note X la variable comptant le nombre de pommes abîmées dans le panier.

1. Justifiez que X suit une loi binomiale dont vous préciserez les paramètres.
2. Calculez la probabilité qu'il y ait 10 pommes abîmées dans le panier.
3. Calculez la probabilité qu'il y ait au moins une pomme abîmée dans le panier.
4. Calulez la probabilité qu'il y ait entre 2 et 5 pommes abîmées dans le panier.

Exercice 28

1. Vous avez préparé une activité différente par jour pour un camp sportif du lundi au vendredi. Combien de façons y a-t-il d'organiser la semaine ?
2. Combien existe-t-il de mots de 4 lettres différentes (avec ou sans signification) ?
3. Un coffre-fort est protégé par une combinaison à 4 chiffres. Combien y a-t-il de codes possibles ?
4. Vous devez former un groupe de 4 personnes choisies parmi 15. Combien y a-t-il de choix possibles ?

Exercice 29

Un dé non pipé a ses faces marquées 1, 1, 2, 2, 3, 4.

Un joueur lance ce dé deux fois et ajoute les nombres obtenus pour calculer son score final.

Utilisez un tableau à double entrée ou toute autre méthode pour les questions suivantes :

1. Calculez la probabilité que le score final soit 3.
2. Sachant que le premier nombre obtenu était pair, calculez la probabilité que le score final soit pair.

Exercice 30

Dans une salle d'examen, on sait que 12% des tables sont bancales.

Sur une rangée de 14 tables, quelle est la probabilité que :

1. Il n'y a aucune table bancale.
2. Toutes les tables sont bancales.
3. Au plus 3 tables sont bancales.

Exercice 31

Les employés d'un parc d'attraction Disney doivent enfiler un costume. Voici la répartition :

Sexe / Costume	Homme	Femme
Mickey Mouse	10	5
Minnie Mouse	2	12
Pluto	8	3

Quelle est la probabilité qu'un employé soit :

1. déguisé en Minnie Mouse
2. un homme déguisé en Pluto
3. un homme, sachant qu'il est déguisé en Minnie Mouse

Donnez vos réponses arrondies à deux décimales.