Exercice 1

Pour chacune des fonctions f suivantes, déterminer une primitive puis toutes les primitives.

Exemple : si $f(x) = 2x + 3$, alors $F(x) = x^2 + 3x$ est une primitive de f, et toutes les primitives de f sont de la forme $x^2 + 3x + k$, où k est une constante (un nombre réel).

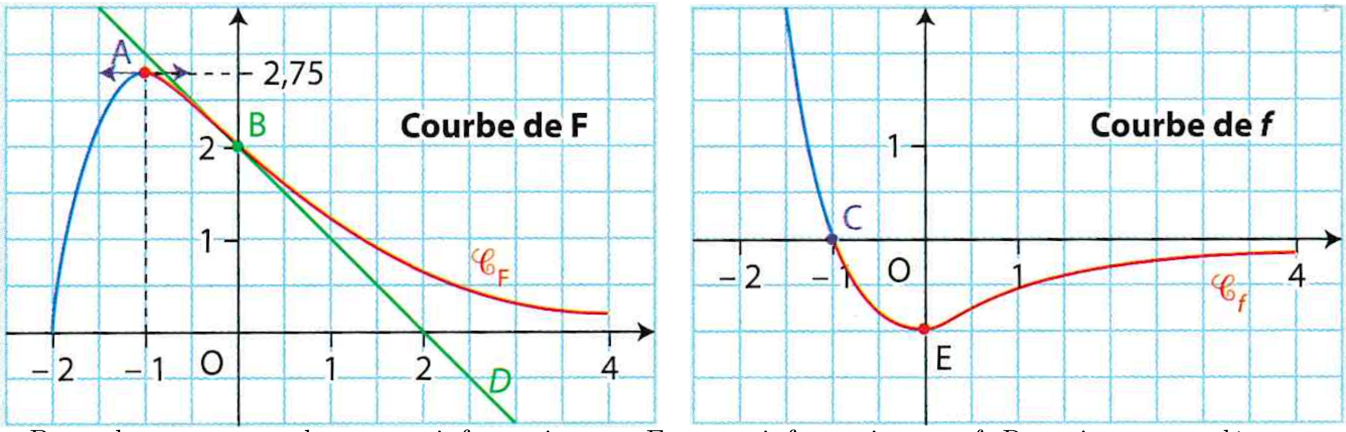
1. $f(x) = 4x^3 - 3$
2. $f(x) = 0$
3. $f(x) = \pi + x$
4. $f(x) = -9,81$
5. $f(x) = 2x \times x + x \times x \times x$
6. $f(x) = a^2 x + b$
7. $f(x) = \dfrac{5}{3}x^3$
8. $f(x) = \dfrac{3}{2}x^2$

(Tirés du 37 p.127)

9. $f(x) = 4x^3 + 3x^2 + x + 1$ (Tiré du 42 p.127)

Exercice 2

Un élève a élaboré la fiche méthode ci-dessous où il tire des conséquences pour une fonction f à partir d'informations lues sur l'une de ses primities F et inversement.



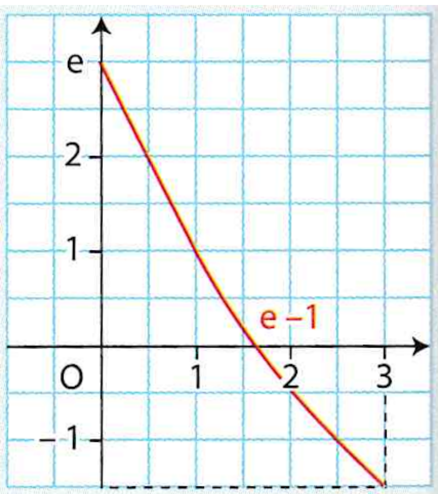
Dans chaque cas, on donne une information sur F et une information sur f. Recopier et compléter.

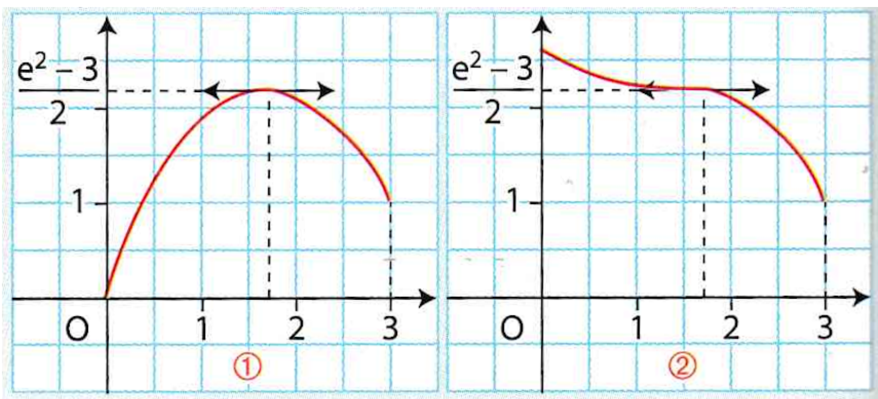
1. La tangente en A à $\mathcal{C}_F$ est horizontale donc $F'(-1) = 0$.
   $f(-1) = 0$ donc la courbe $\mathcal{C}_f$ passe par le point $C(-1; 0)$.
2. La tangente en B à $\mathcal{C}_F$ est la droite ... donc $F'(\ldots) = \ldots$.
   ... donc la courbe $\mathcal{C}_f$ passe par ....
3. F est croissante sur $[-2; -1]$ donc $F' \geq 0$ sur $[-2; -1]$.
   $f \geq 0$ sur $[-2; -1]$ donc la courbe $\mathcal{C}_f$ ....
   F est croissante sur ... donc ....
   ... donc la courbe $\mathcal{C}_f$ est ... de (Ox) sur ....

Exercice 3

Voici la courbe (sur la gauche) représentative d'une fonction f définie sur $[0; 3]$.

1. Donner le tableau de signes de la fonction f sur $[0; 3]$.
2. On note F une primitive de f sur $[0; 3]$. Laquelle des courbes ci-dessous (à droite) est la représentation graphique d'une fonction F ?





Exercice 4

f et F sont les fonctions définies sur $\mathbb{R}$ par :

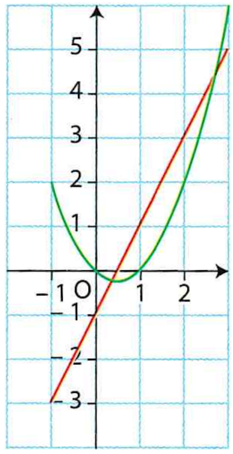
$$f(x) = x^2 - 4x \quad \text{et} \quad F(x) = \frac{1}{3}x^3 - 2x^2 + 1$$

1. Vérifier que F est une primitive de f sur $\mathbb{R}$.
2. Écrire toutes les primitives de f sur $\mathbb{R}$.

Exercice 5

Dans le repère ci-contre, on a représenté deux fonctions f et g respectivement par une parabole et une droite.

1. L'une est une primitive de l'autre. Laquelle ?
2. Tracer alors la courbe de la primitive qui vaut 2 en $x = 0$.



Exercice 6 — Tiré du 40 p.127

Pour chacune des fonctions f suivantes, déterminer la primitive F de f vérifiant les conditions initiales $F(x_0) = y_0$ données.

1. $f(x) = x^3$, avec $x_0 = -2$ et $y_0 = 0$
2. $f(x) = \frac{1}{2}x^2$, avec $x_0 = 1$ et $y_0 = \frac{5}{6}$

Exercice 7

Pour chacune des fonctions f suivantes, déterminer une primitive puis la primitive F qui vérifie la condition donnée.

1. $f(t) = -9,81t \quad$ avec $F(0) = 20$.
2. $f(x) = \mathrm{e}x + 3$ avec $F(1) = \frac{\mathrm{e}}{2} + 3$

Exercice 8 : Coût marginal

> Pour une entreprise qui fabrique des objets, le coût total C_T dépend du nombre x d'objets fabriqués. En général $C_T(x)$ n'est pas proportionnel à x. On conçoit par exemple qu'il peut y avoir des frais fixes, et que souvent, pour diminuer le coût de fabrication d'un objet, on a intérêt à fabriquer un grand nombre d'objets. On appelle coût marginal, noté $C_m(x)$, le coût de fabrication du $(x+1)$-ème objet.
>
> On admet que $C'_T(x) = C_m(x)$. Ainsi le coût total C_T est une primitive du coût marginal C_m.
>
> Interprétation de $C_T(0)$: pour $x = 0$, $C_T(0)$ est le montant des frais fixes. Ainsi la connaissance du montant des frais fixes permet de déterminer la primitive du coût marginal correspondant à la production étudiée.

Le coût marginal C_m d'un produit est donné, en fonction de la quantité x produite, par la relation $C_m(x) = 6x^2 - 100x + 300$; ce coût est exprimé en euros. Les frais fixes s'élèvent à 500 euros.
Si on note $C_T(x)$ le coût total de fabrication de x objets, on a donc $C_T(0) = 500$.
Calculer, en fonction de x, le coût total de fabrication de x objets.

Exercice 9

f est une fonction définie sur $[-3; 4]$. Les points $A(-1; 0)$, $B(1; 4)$ et $C(3; 0)$ appartiennent à la courbe de f donnée ci-dessous (à gauche). Parmi les deux courbes suivantes (à droite), laquelle est la représentation graphique d'une primitive de la fonction f ?