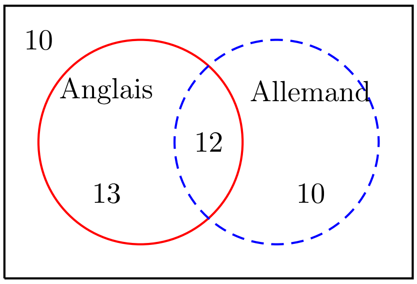
Exercice 1 **6 points**

	Dans un groupe de 45 élèves, 25 parlent l'anglais et 22 l'allemand. 12 élèves parlent l'anglais et l'allemand.
	Toutes les probabilités seront données sous forme d'une fraction irréductible.
2 points	1. Décrire la situation par un diagramme de Venn ou un tableau à double entrée.
	2. Un élève est choisi au hasard dans le groupe. Déterminer :
1 point	(a) la probabilité p_a qu'il parle les deux langues ;
1 point	(b) la probabilité p_b qu'il parle au moins une des deux langues ;
1 point	(c) la probabilité p_c qu'il ne parle aucune de ces deux langues ;
1 point	(d) la probabilité p_d qu'il parle exactement une de ces deux langues.

1. Pour le tableau à double entrée, on démarre par rentrer (en rouge) ce que donne l'énoncé. Pour le diagramme de Venn, on a deux patates. Ici on donne déjà les élèves qui sont dans les deux groupes, donc le remplissage donne : $25 - 12 = 13$ anglophones non germanophones ; $22 - 12 = 10$ germanophones non anglophones.

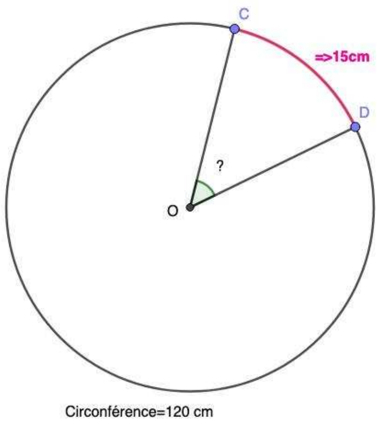
Anglais \ Allemand	Parlé	Non parlé	Total
Parlé	12	13	25
Non parlé	10	10	20
Total	22	23	45



2. On est dans une situation d'équiprobabilité puisqu'on choisit un élève au hasard. Du coup :
$p_a = \dfrac{12}{45} = \boxed{\dfrac{4}{15}}$; $p_b = \dfrac{12+13+10}{45} = \dfrac{35}{45} = \boxed{\dfrac{7}{9}}$; $p_c = \dfrac{10}{45} = \boxed{\dfrac{2}{9}}$; $p_d = \dfrac{13+10}{45} = \boxed{\dfrac{23}{45}}$.

Exercice 2 **5 points**

2 points	1. Déterminer le rayon du cercle ci-contre arrondi à 0, 01 cm près sachant que le périmètre vaut 120 cm.
3 points	2. L'arc $\overset{\frown}{CD}$ mesure 15 cm, calculer en degrés l'angle $\widehat{DOC}$ (arrondir à 0, 01° près).



1. La formule du périmètre d'un cercle est $2\pi R$. Ici on sait que $2\pi R = 120$ cm, il faut donc résoudre :

$$\begin{aligned} 2\pi R &= 120 && \div(2\pi) \\ R &= \frac{120}{2\pi} && \text{Simplification de la fraction} \\ R &= \frac{60}{\pi} && \text{Valeur approchée de } 19,098593171 \\ R &\approx \boxed{19,10} \end{aligned}$$

2. On a le tableau de proportionnalité suivant :

Angle (°)	360	$\widehat{DOC}$
Longueur d'arc	120	15

Du coup, $\widehat{DOC} = \dfrac{15 \times 360}{120} = \boxed{45}$ (c'est une valeur exacte, donc la valeur approchée est la même).

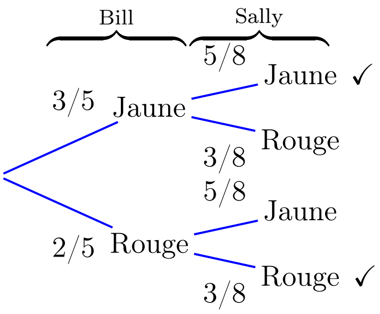
Exercice 3 **14 points**

	Cet exercice contient deux parties indépendantes.
	Bill dispose d'un sac contenant exactement 3 balles jaunes et 2 balles rouges.
	Sally dispose d'un sac contenant exactement 5 balles jaunes et 3 balles rouges.
	Toutes les balles sont indiscernables au toucher.
	Partie 1
	Bill et Sally tirent chacun une balle de leur propre sac.
2 points	1. Quelle est la probabilité p_1 que la balle extraite par Bill soit jaune ?
2 points	2. Quelle est la probabilité p_2 que la balle extraite par Sally soit jaune ?
1 point	3. Lequel des deux a la plus grande probabilité d'extraire une balle jaune ? Justifier.
2 points	4. Quelle est la probabilité p_4 que Bill et Sally tirent une balle de la même couleur ?
	Partie 2
	Bill et Sally procèdent à deux tirages successifs sans remise, chacun dans son propre sac.
2 points	1. Quelle est la probabilité que Bill tire deux balles jaunes ?
2 points	2. Quelle est la probabilité que Bill tire deux balles de la même couleur ?
2 points	3. Quelle est la probabilité que Sally tire deux balles de la même couleur ?
1 point	4. Lequel des deux a la plus grande probabilité d'extraire deux balles de la même couleur ? Justifier.

Dans l'exercice on est dans une situation d'équiprobabilité : les tirages sont au hasard, les balles indiscernables.

Partie 1 $\boxed{p_1 = \dfrac{3}{5}}$; $\boxed{p_2 = \dfrac{5}{8}}$.

3. Pour comparer $\dfrac{3}{5}$ et $\dfrac{5}{8}$ on peut mettre au même dénominateur (ici, sur 40) ou simplement calculer la valeur. $\dfrac{3}{5} = \dfrac{24}{40} = 0,6$ et $\dfrac{5}{8} = \dfrac{25}{40} = 0,625$. C'est $\boxed{\text{Sally}}$ qui a la probabilité la plus grande.

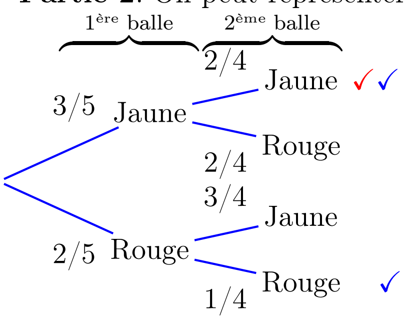
4. 

On peut représenter la situation par l'arbre de probabilités ci-contre.

On a marqué sur l'arbre les branches qui correspondent à l'événement cherché (deux balles de la même couleur). Du coup, la probabilité de cet événement est :

$$p_4 = \frac{3}{5} \times \frac{5}{8} + \frac{2}{5} \times \frac{3}{8} = \frac{15}{40} + \frac{6}{40} = \boxed{\frac{21}{40}}.$$

Partie 2. On peut représenter la situation pour Bill par l'arbre de probabilités ci-dessous :

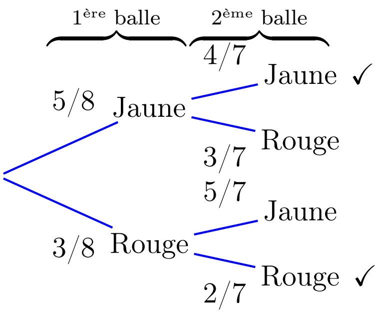


1. En rouge, l'événement “deux balles jaunes”. La probabilité est :

$$\frac{3}{5} \times \frac{2}{4} = \frac{6}{20} = \boxed{\frac{3}{10}}.$$

2. En bleu, l'événement “deux balles de même couleur”. La probabilité est :

$$\frac{3}{5} \times \frac{2}{4} + \frac{2}{5} \times \frac{1}{4} = \frac{6}{20} + \frac{2}{20} = \frac{8}{20} = \boxed{\frac{2}{5}}.$$

3. 

On peut représenter la situation pour Sally par l'arbre de probabilités ci-contre.

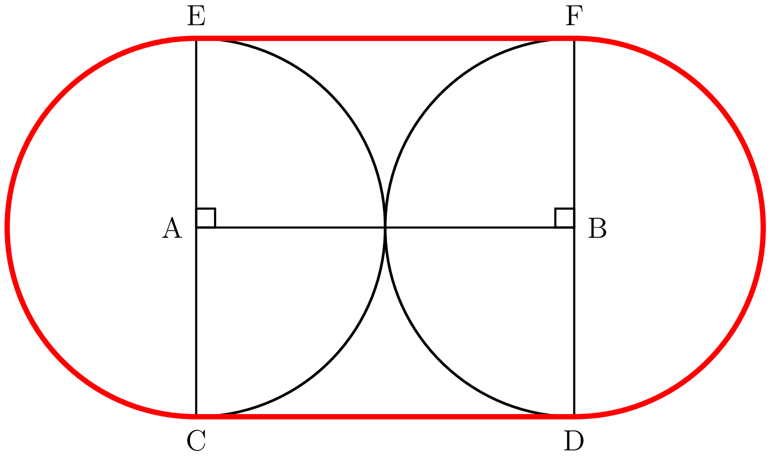
On a marqué sur l'arbre les branches qui correspondent à l'événement cherché (deux balles de la même couleur). Du coup, la probabilité de cet événement est :

$$\frac{5}{8} \times \frac{4}{7} + \frac{3}{8} \times \frac{2}{7} = \frac{20}{56} + \frac{6}{56} = \frac{26}{56} = \boxed{\frac{13}{28}}.$$

4. Pour comparer $\frac{2}{5}$ et $\frac{13}{28}$ on peut mettre au même dénominateur (ici, sur 140) ou simplement calculer la valeur. $\frac{2}{5} = \frac{56}{140} = 0,4$ et $\frac{13}{28} = \frac{65}{140} \approx 0,46$. C'est $\boxed{\text{Sally}}$ qui a la probabilité la plus grande.

Exercice 4 **5 points**

La figure ci-dessous montre en vue de face deux tuyaux attachés ensemble par une corde. La corde (en rouge) est tangente aux tuyaux aux points C, D, E et F. Les deux tuyaux se touchent au milieu de [AB].



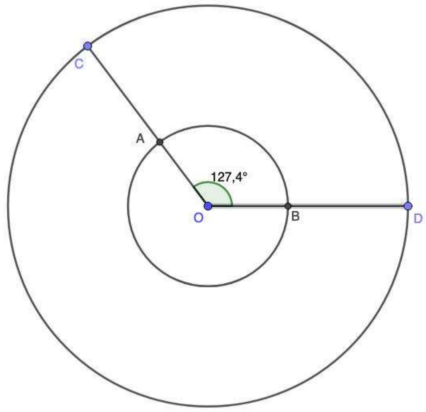
1 point — 1. Déterminer l'angle $\widehat{\text{AEF}}$. Justifier votre réponse.

1 point — 2. En déduire la nature du quadrilatère ABFE.

3 points — 3. Quelle est la longueur de la corde, au dixième de mètre près, si chacun des tuyaux a un diamètre de $1,6$ m ?

1. L'énoncé nous dit que la corde est tangente au cercle de gauche en E, donc $\boxed{\widehat{\text{AEF}} = 90°}$.
2. ABFE a 3 angles droits (les deux écrits, plus celui qu'on vient de démontrer), donc c'est un $\boxed{\text{rectangle}}$.
   Remarque : ce n'est pas un carré car AB = 2AE.
3. On doit ici calculer $\overset{\frown}{\text{CE}} + \text{EF} + \overset{\frown}{\text{FD}} + \text{DC}$. Bien sûr, les deux arcs de cercle en question forment en tout un cercle, et les deux autres longueurs sont égales (égales à AB qui fait deux fois le rayon, donc $1,6$ m).
   On a donc un total de $2\pi \times 0,8 + 2 \times 1,6 = 1,6\pi + 3,2 \approx \boxed{8,2 \text{ m}}$.

Exercice 5 **5 points**

	Sur l'écran radar ci-contre, l'angle au centre de $127,4°$ intercepte l'arc $\overset{\frown}{\text{AB}}$ d'une longueur de $36,91$ km et l'arc $\overset{\frown}{\text{CD}}$ d'une longueur de $69,6$ km. 
2 points	1. Quelle est la longueur OA ? On donnera une valeur approchée par excès à $0,1$ km près.
3 points	2. Quelle est la longueur AC ? On donnera une valeur approchée par défaut à 1 km près.

1. Ici c'est quasiment comme dans l'exercice numéro 2 : on doit calculer le rayon $R = \text{OA}$ en connaissant l'angle et la longueur de l'arc de cercle. La formule du périmètre d'un cercle est $2\pi R$, donc par proportionnalité la longueur de l'arc de cercle $\overset{\frown}{\text{AB}}$ vaut $2\pi R\dfrac{127,4}{360}$. On sait donc que $2\pi R\dfrac{127,4}{360} = 36,91$ km, il faut résoudre :

$$\begin{aligned} 2\pi R\frac{127,4}{360} &= 36,91 && \times 360 \\ 2\pi R \times 127,4 &= 13287,6 && \div(2\pi \times 127,4) \\ R &= \frac{13287,6}{2\pi \times 127,4} && \text{Valeur approchée de } 16,599585729 \\ R &\approx \boxed{16,6} \end{aligned}$$

2. Pour calculer AC, on peut calculer le rayon du grand cercle, et soustraire OA qu'on vient de calculer.
   Pour le rayon R_2 du grand cercle, c'est exactement comme précédemment :

$$\begin{aligned} 2\pi R_2\frac{127,4}{360} &= 69,6 && \times 360 \\ 2\pi R_2 \times 127,4 &= 25056 && \div(2\pi \times 127,4) \\ R_2 &= \frac{25056}{2\pi \times 127,4} && \text{Valeur approchée de } 31,301304977 \\ R_2 &\approx 31,3 \end{aligned}$$

   On peut maintenant calculer $\text{AC} \approx 31,3 - 16,6 \approx \boxed{14}$ (valeur approchée par défaut de $14,7$).
   Remarque : notons que si le résultat était tombé sans décimale (ici on a une décimale qui est 7), on aurait dû faire un calcul plus précis $31,301304977 - 16,599585729$ pour être certain de ne pas se tromper sur l'arrondi à l'unité. Effectivement :

   - $16,61 \approx 16,6$ et $31,59 \approx 31,6$ mais $31,59 - 16,61 = 14,98$ arrondi par défaut à 14.
   - $16,59 \approx 16,6$ et $31,61 \approx 31,6$ mais $31,61 - 16,59 = 15,02$ arrondi par défaut à 15.
   - Alors que dans les deux cas, la soustraction des valeurs approchées donne 15 !