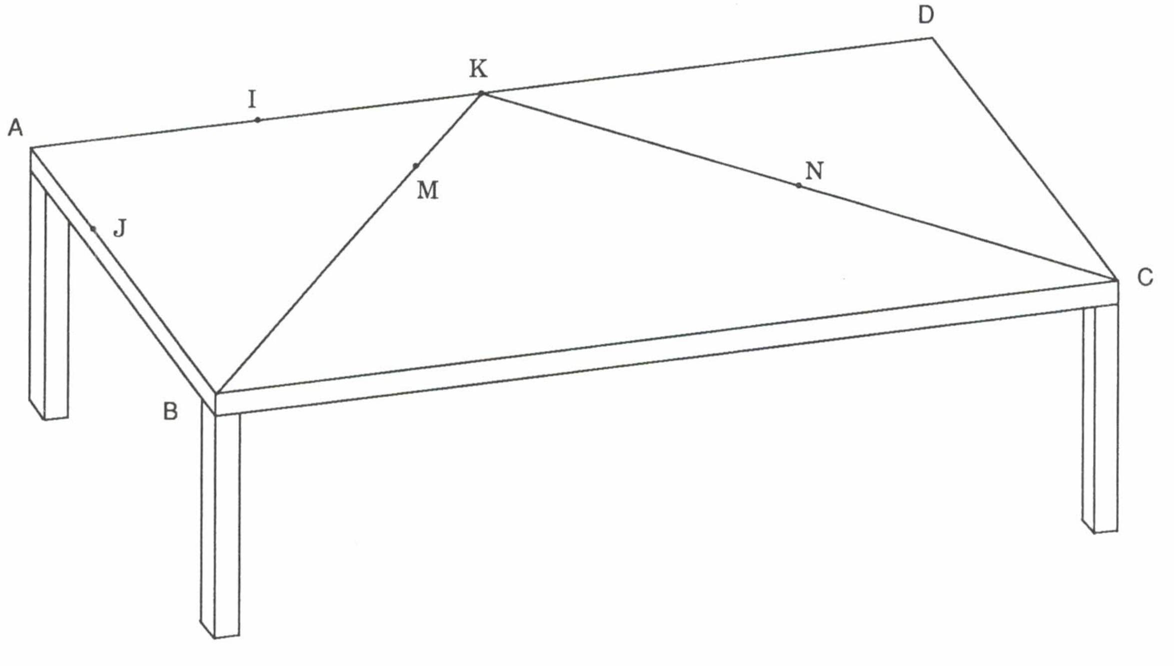
Le dessin ci-dessous représente une table rectangulaire de deux mètres sur un mètre.

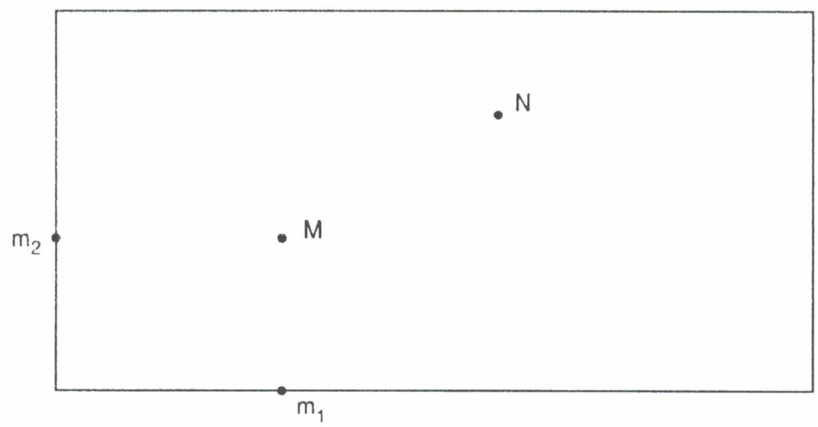
1. A partir de mesures prises sur la figure, calcule ce que valent *dans la réalité* les longueurs AI , AJ et IJ .

2. Même question pour les longueurs KB , KC , KM et KN .

3. Que vaut *"en vraie grandeur"* l'angle $\widehat{BKC}$? Déduis-en la longueur MN en vraie grandeur.



Dessin en perspective cavalière d'après une vue de dessus (1)



Dessin n° 1

Le dessin n° 1 représente une table, vue de dessus.

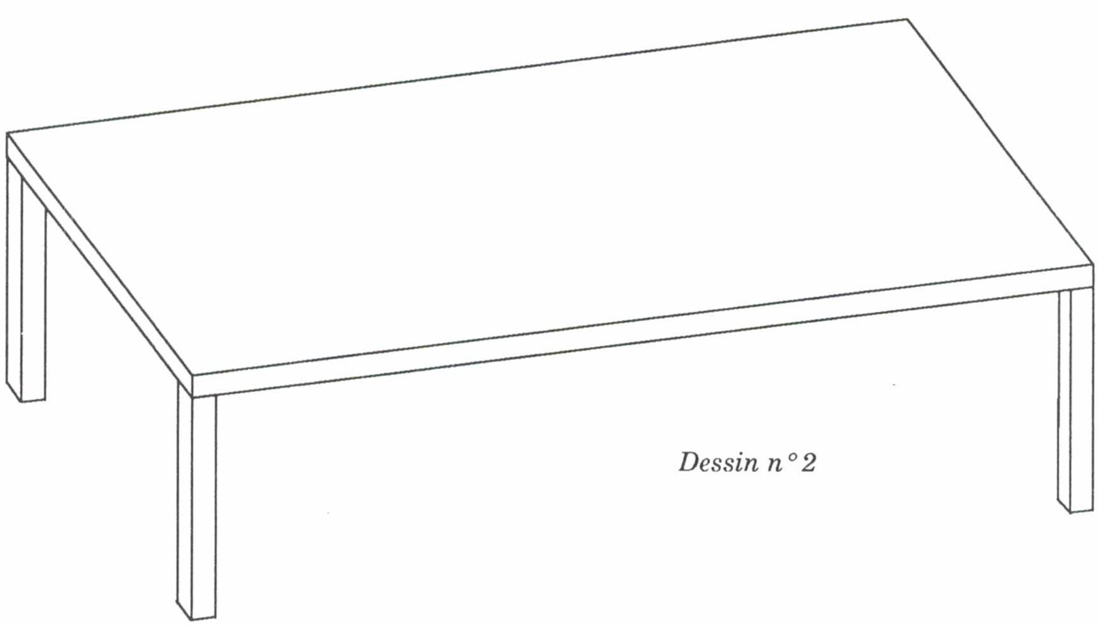
Sur celle-ci, figurent quatre points m_1 , m_2 , M et N ; m_1 et m_2 étant les projetés orthogonaux de M sur deux des côtés de la table.

Le dessin n° 2 est une vue en perspective de cette même table.

1. En te servant de mesures prises sur le dessin n°1, place (dans cet ordre) les points m_1 , m_2 et M sur le dessin n° 2 .

2. Construis ensuite le point N sur le dessin n° 2 .

3. Déduis-en une méthode permettant de placer sur le dessin n° 2 un point quelconque donné sur le dessin n° 1.



Dessin n° 2

niveau A

Fiche n° PC 5

Rectangles en perspective cavalière.

On a représenté un coin de pièce.

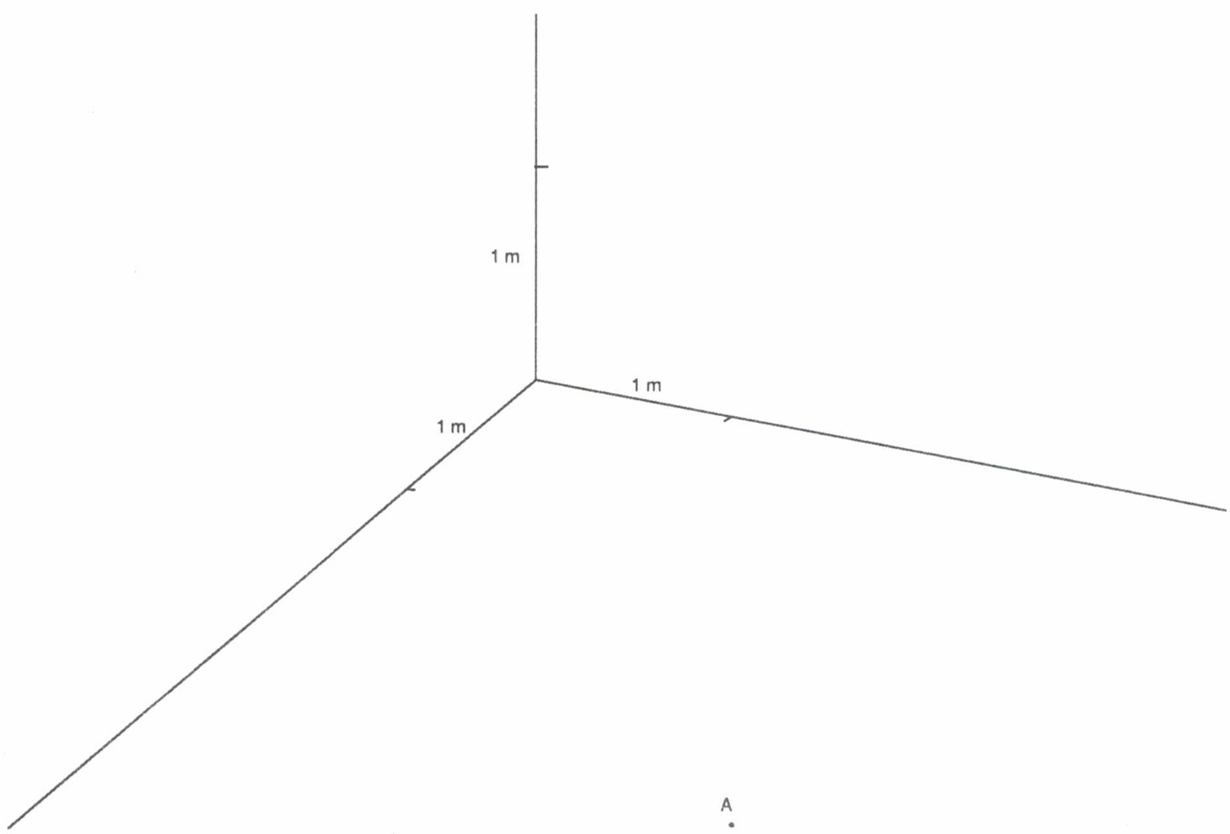
1. Le long de chaque mur, on place deux tables identiques de dimensions $L = 1{,}5$ m ; $l = 0{,}7$ m ; $h = 0{,}6$ m . Chacune est située à 2 m de l'autre mur. Dessine ces deux tables.

2. On place également un tapis carré de 3 m de côté, dont le centre est en A et dont les bords forment avec les murs un angle de 45° .

a) quelles sont les directions des diagonales de ce carré ?

b) quelles sont les longueurs de ces diagonales ?

c) utilise ce qui précède pour dessiner le tapis.



niveau A

Fiche n° C 1

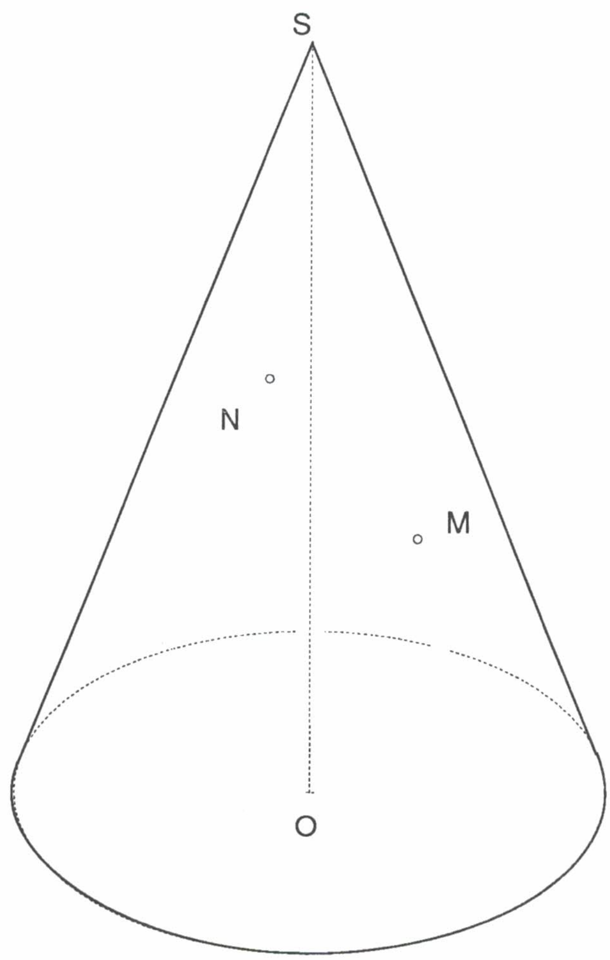
Points sur un cône.

La figure ci-dessous représente un cône de révolution.

a) Comment suggérer que le point M est sur le cône, à l'avant ?

b) Comment suggérer que le point N est sur le cône, à l'arrière ?

c) A partir de mesures précises sur la figure, calcule la distance de chacun de ces points au plan de base sachant que OS = 2m .



niveau A

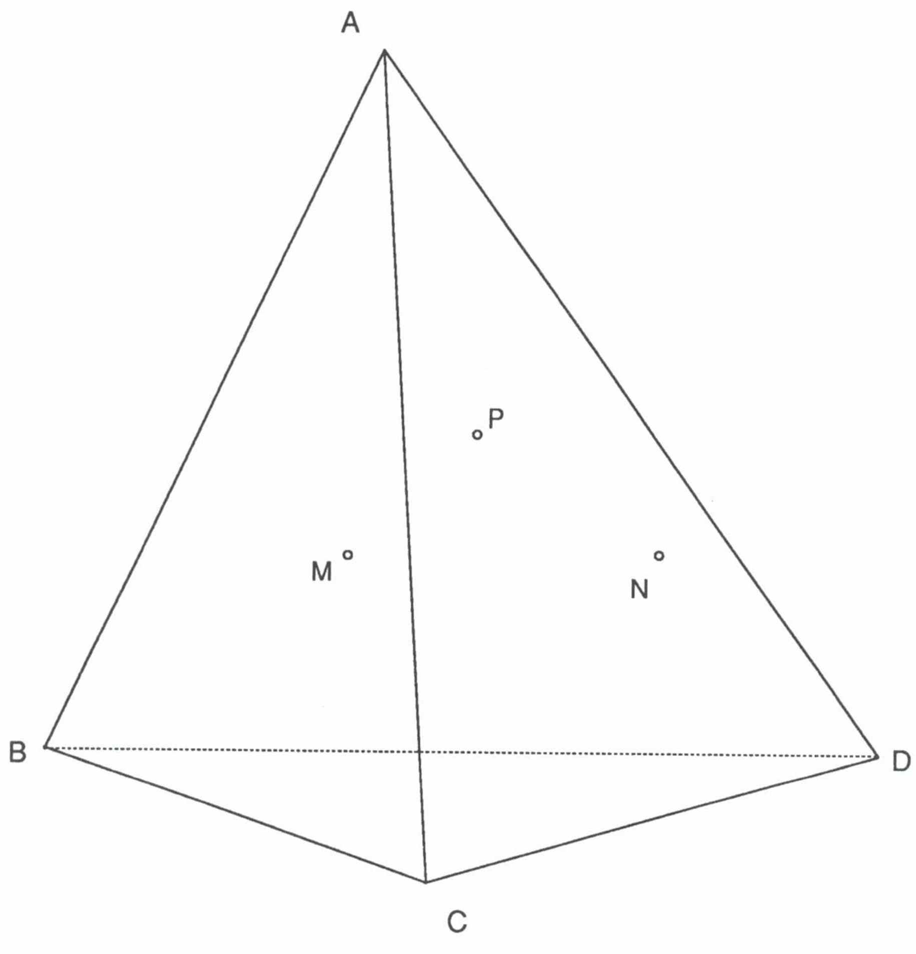
Fiche n° C 2

Points sur un tétraèdre.

La figure ci-dessous représente un tétraèdre ABCD .

a) Comment suggérer que les points M , N , P sont respectivement sur les faces ABC , ACD et ABD du tétraèdre.

b) Quel est celui de ces points dont la distance au plan (BCD) est la plus grande ? la plus petite ?

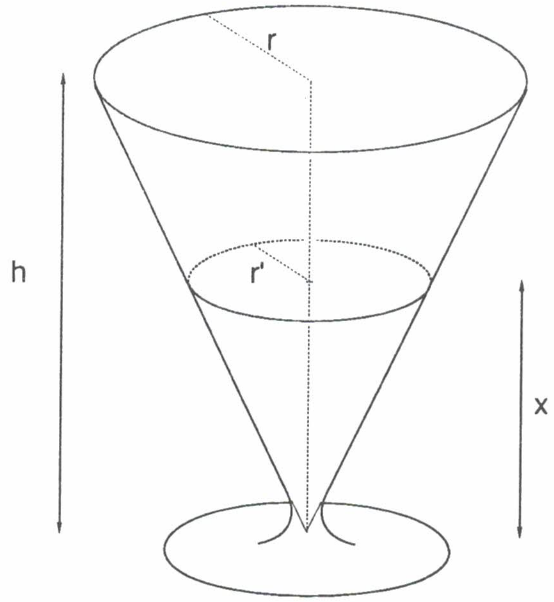


Liquide dans un verre conique (2) .

Paul et son petit frère André ont très soif mais n'ont pas les moyens de se faire servir plus d'un verre de diabolo menthe pour eux deux.

Ils sont servis dans un verre en forme de cône, rempli à ras bord. Paul boit le premier et donne à son frère le verre encore rempli aux trois quarts de sa hauteur.

André trouve son frère bien généreux.
Qu'en penses-tu à première vue ?



Les notations étant celles de la figure ci-contre, on appelle V(h) le volume maximum de liquide que l'on peut verser dans ce verre et plus généralement $V(x)$ le volume de liquide contenu dans le verre lorsque la hauteur du liquide est égale à x .

1. Exprime V(h) en fonction de h et de r .

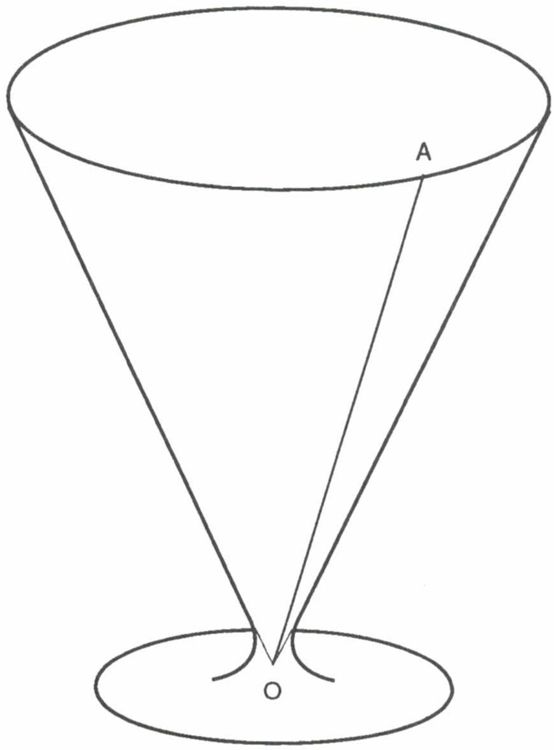
2. a) Montre que, lorsque la hauteur du liquide est égale à x , la surface du liquide est un disque de rayon $r' = r . (x/h)$.
Calcule alors $V(x)$ et établis que :

$$V(x) = V(h) . \left(\frac{x}{h} \right)^3 .$$

b) Retrouve ainsi la fraction de liquide laissée par Paul à son frère.

c) Quelle fraction de hauteur aurait-il dû laisser dans le verre pour que le partage soit équitable ?

3. On désire graduer le verre sur [OA] .
Marque sur [OA] des traits correspondant respectivement au quart, à la moitié et aux trois quarts de la capacité du verre puis dessine les lignes de niveau correspondantes.



niveau A

Fiche n° C 8

Le cône à partir de son patron.

La figure 3 est le développement d'un solide.

1. Mesure sur cette figure l'angle α et la longueur SA, notée g dans la suite.

2. Reproduis ce patron et construis le solide en faisant coïncider [SA] et [SB]. Mesure alors le rayon du cercle de base et la hauteur du solide.

3. Ce solide est un *cône de révolution*, que l'on a schématisé sur la figure 2, ainsi que son patron sur la figure 1.

Où retrouve-t-on l'arc AB et la longueur g du patron sur la figure 2 ?

4. Si α est exprimé en radians, démontre que :

$$r = \frac{\alpha g}{2\pi} \quad \text{et que} \quad h = g\sqrt{1 - \frac{\alpha^2}{4\pi^2}}.$$

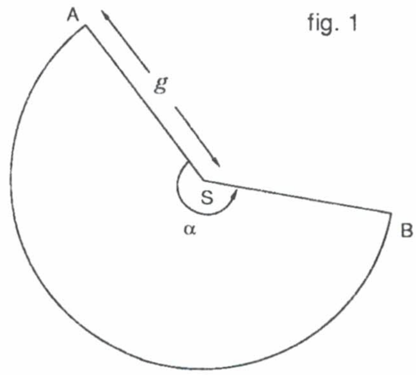


fig. 1

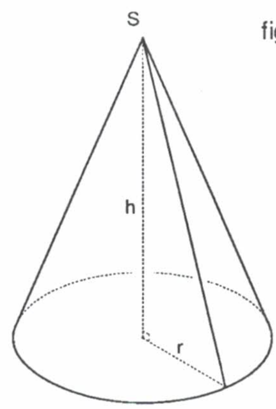


fig. 2

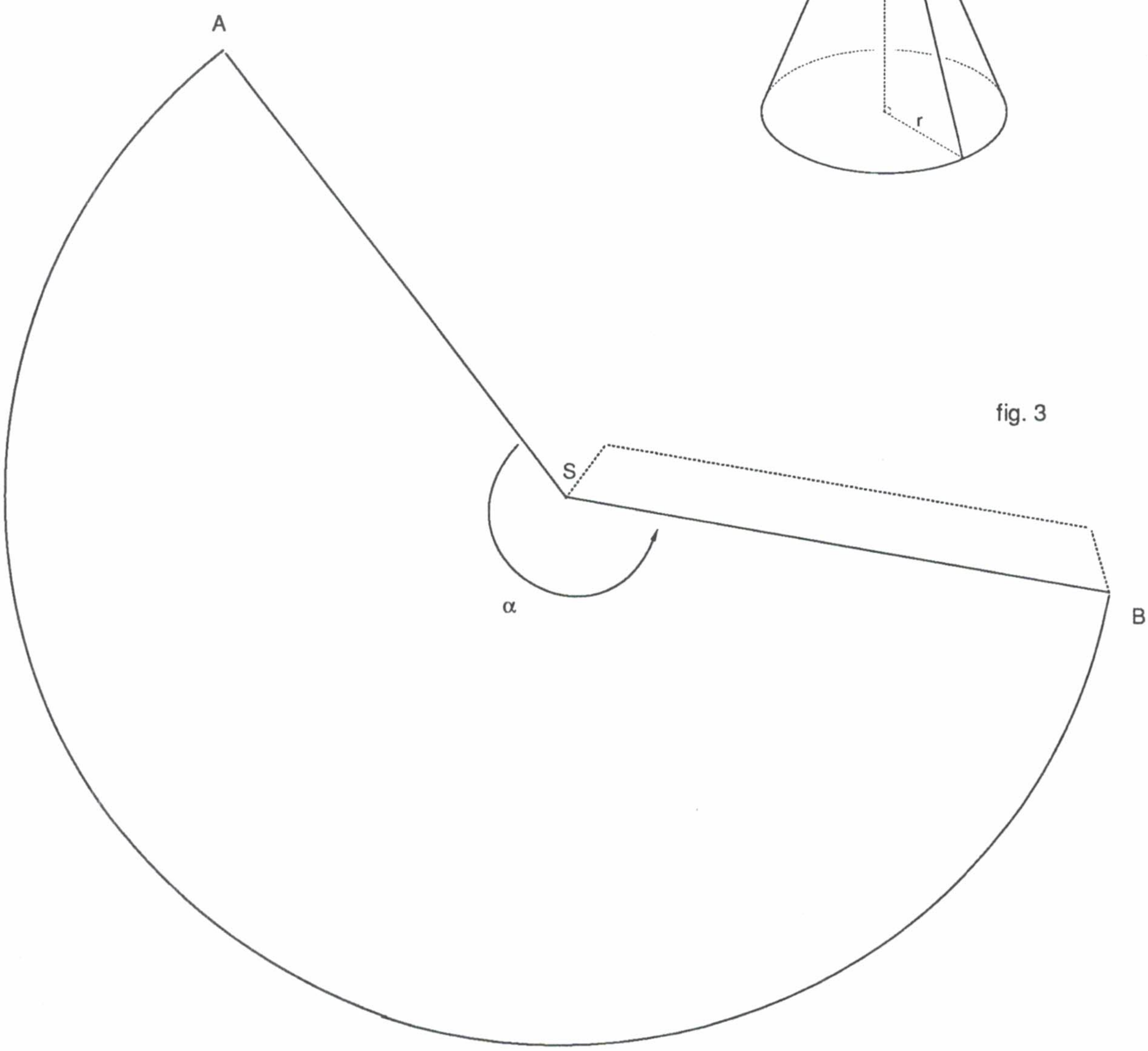


fig. 3

Liens entre les paramètres d'un cône et ceux de son patron (1) .

Les deux dessins ci-contre représentent un cône de révolution (fig. 1) et son patron (fig. 2).

Dans la figure 2 , α est une mesure de l'angle du patron du cône.

1. Où retrouve-t-on, dans la figure 2 , les grandeurs g et $\mathcal{L}$?

2. Après avoir fait les calculs nécessaires, dessine les patrons des deux cônes caractérisés par :

a) $g = 2\sqrt{5}$ cm et $r = 2$ cm

et par

b) $g = 8$ cm et $h = 6$ cm

3. Dans chacun des cas suivants, calcule les grandeurs nécessaires à la réalisation du patron du cône :

a) $\mathcal{L} = 30$ cm et $h = 10$ cm
b) $\mathcal{L} = 20$ cm et $\alpha = 140°$
c) $h = 10$ cm et $\theta = 15°$
d) $r = 5$ cm et $\theta = 20°$
e) $\mathcal{L} = 25$ cm et $\theta = 25°$
f) $g = 12$ cm et $\theta = 30°$

figure 1.

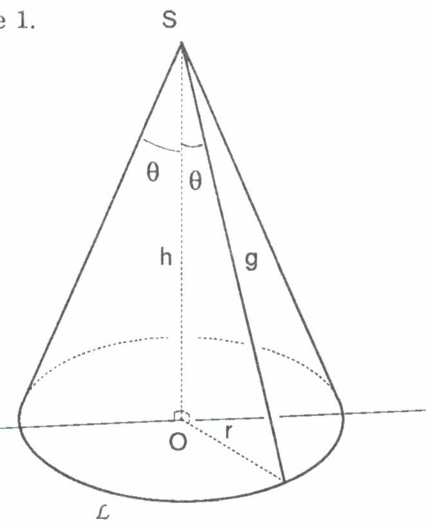
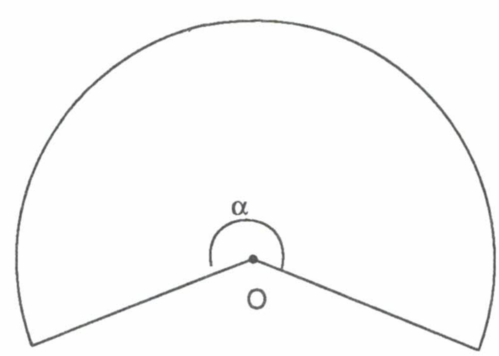


figure 2.



Patron d'un tronc de cône (2) .

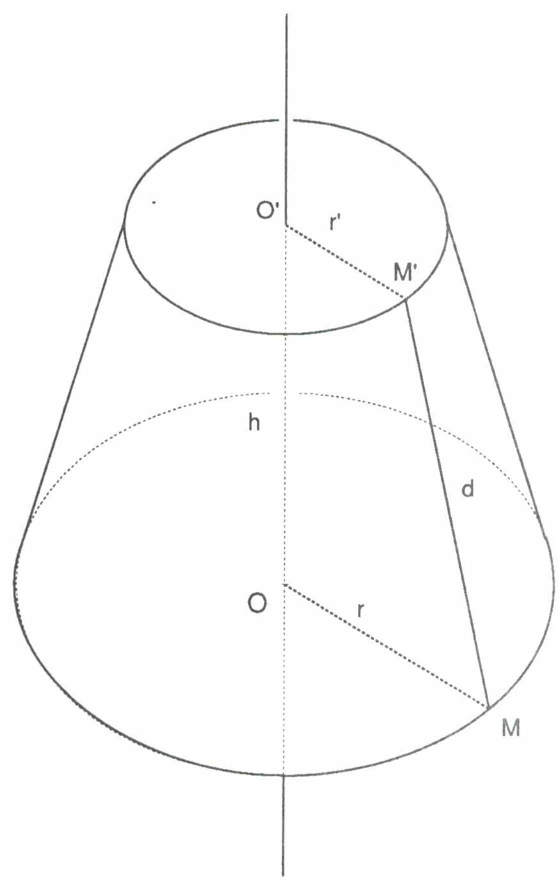
La figure représente un tronc de cône de hauteur $h = 6$ cm , de rayons $r = 5$ cm , $r' = 2$ cm .

[MM'] est une de ses génératrices.

1. Prolonge le tronc de cône en un cône dont tu noteras S le sommet. Soit m' le projeté de M' sur la base.

2. En utilisant le théorème de Thalès dans le triangle SOM , calcule SO puis SO' , SM et SM' .

3. Construis le patron de ce tronc de cône.



niveau B

Fiche n° SR 2

Rotation d'une plaque rectangulaire (1) .

1. Dans la figure n° 1 , ABCD est une plaque rectangulaire. On la fait tourner d'un tour complet autour de la droite (AB) .

— Quelle est la courbe décrite par les points D et C ?

— Que peux-tu dire des points du segment [AB] ?

— Donne l'allure du solide obtenu Σ_1 . On dit que Σ_1 est le *cylindre de révolution* d'axe (AB) et de génératrice [CD] .

2. Donne l'allure du cylindre de révolution Σ_2 , d'axe (AD) et de génératrice [CB] , obtenu à partir de la plaque rectangulaire de la figure n° 2 .

3. On pose $AB = \ell_1$ et $AD = \ell_2$. Exprime, en fonction de ℓ_1 et de ℓ_2 , les volumes V_1 et V_2 des solides Σ_1 et Σ_2 . Vérifie alors que

$$\frac{V_1}{V_2} = \frac{\ell_2}{\ell_1}.$$

Sachant que $\ell_1 > \ell_2$, quel est le solide qui a le plus petit volume ?

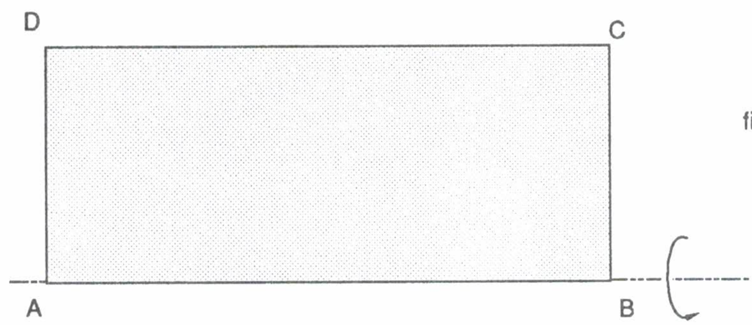


figure 1.

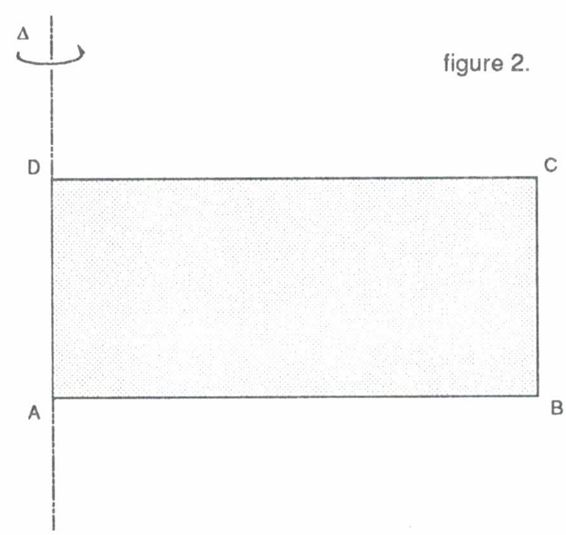


figure 2.

niveau A

Fiche n° SI 8

Octaèdre inscrit dans un cube.

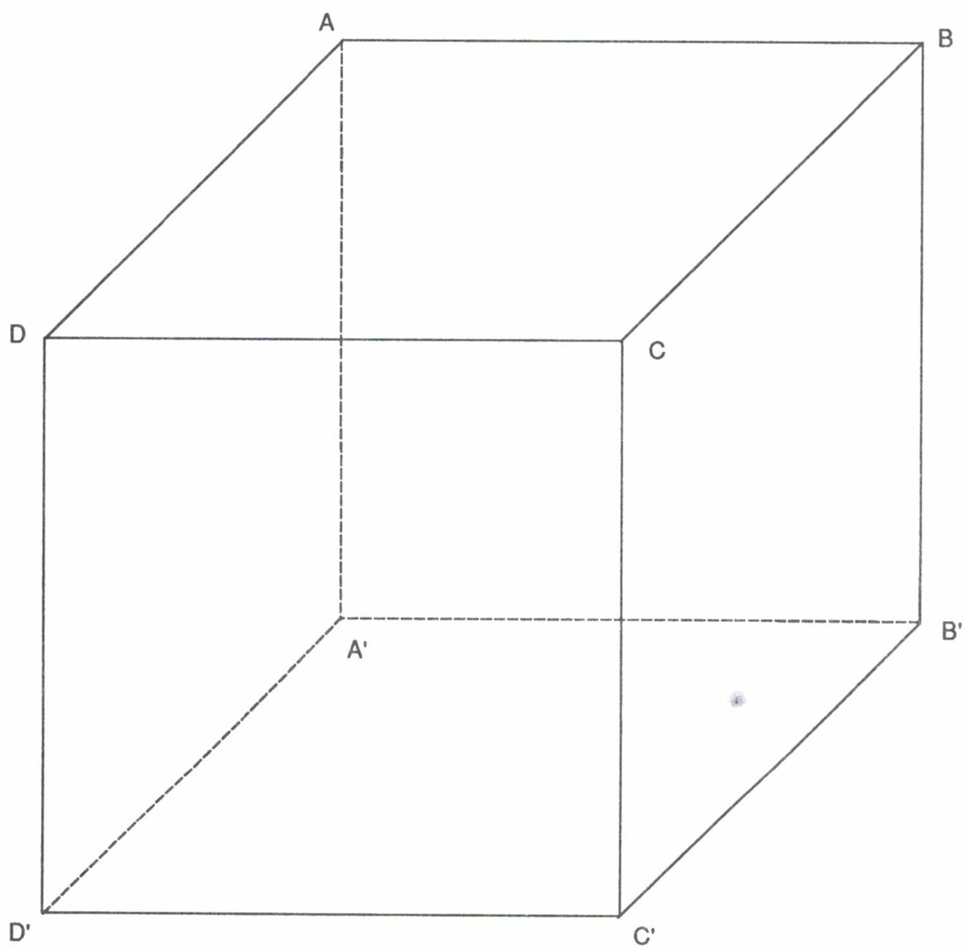
ABCDA'B'C'D' est un cube dont les arêtes ont pour longueur c .

On note respectivement I , J , K , L , M , N les centres des faces ABB'A' , BCC'B' , DCC'D' , AA'D'D , ABCD et A'B'C'D' .

1. Dessine le solide IJKLMN ; ce solide est appelé *octaèdre régulier* : explique pourquoi.

2. Exprime la longueur de l'arête [IJ] en fonction de c .

3. Démontre que IJKL est un carré et établis finalement que le volume de l'octaèdre est égal au sixième de celui du cube.



niveau B

Fiche n° SI 9

Tétraèdre régulier inscrit dans un cube.

ABCDA'B'C'D' est un cube dont les arêtes ont pour longueur c .

1. Dessine le tétraèdre ACB'D' et démontre qu'il est régulier.

2. Calcule le volume du tétraèdre ACDD' en fonction de c . Trouve sur la figure d'autres tétraèdres ayant le même volume. Déduis-en que le volume du tétraèdre régulier ACB'D' est égal au tiers de celui du cube.

3. Utilise ce qui précède pour démontrer que, si on note a la longueur des arêtes d'un tétraèdre régulier, son volume V et sa hauteur h sont donnés par les formules :

$$V = \frac{\sqrt{2}}{12} a^3 \quad \text{et} \quad h = \frac{\sqrt{6}}{3} a .$$