Exercice 1

Éric a déposé ses économies, 500€, sur son Livret Jeune, le jour de ses 16 ans. Sa banque annonce un taux annuel de rémunération de 3.25%.

1. De quelle somme disposera Éric le jour de ses 18 ans ?
2. Quelle est la fonction qui permet de modéliser l'évolution des économies d'Éric au cours des années ? Est-ce un phénomène exponentiel ?

Exercice 2

La fonction $x \mapsto 600 \times 0.58^x$ modélise le nombre de pucerons sur un pied de rosier après x jours de traitement. On décide d'interrompre le traitement lorsqu'il y a moins de 20 pucerons sur ce rosier.

Déterminer, avec la calculatrice, la durée du traitement exprimée en jours entiers.

Exercice 3

Une entreprise produit entre 0 et 8 000 articles par mois. Le coût total de production, en milliers d'euros, est donné par la formule :

$$C_T(q) = 2 + \frac{q^2}{2} + q \times 2.72^{2-q}$$

où q représente le nombre de milliers d'articles fabriqués.

1. Calculer $C_T(0)$. Interpréter ce résultat pour la situation.
2. Vérifier graphiquement avec la calculatrice que la fonction C_T est croissante sur son intervalle de définition. Veiller à bien déterminer cet intervalle à l'aide des unités indiquées.
3. Quel est le coût total de production de 3 000 articles fabriqués ?

Exercice 4

Résoudre les équations suivantes :

1. $4^{x-2} = 16$
2. $3^x = 3^{2x-1}$
3. $8^x = 2$
4. $2^6 = 2^{4x-2}$
5. $0.1^x = 0.001$
6. $4^{x+2} = 1$

Exercice 5

f est une fonction exponentielle $x \mapsto q^x$. Déterminer l'expression de $f(x)$ dans chacun des cas suivants :

1. $f(2) = 3$
2. $f(-2) = 3$
3. $f(-1) = 0.2$

Exercice 6

On considère la fonction f définie par $f(x) = \mathrm{e}^{2x} + 3$. Établir une équation de la tangente au graphique de f au point d'abscisse 0.

Exercice 7

Une denrée alimentaire est placée dans un congélateur maintenu à la température de -30°C. Lorsque cette denrée reste placée dans le congélateur pendant une durée t, exprimée en heures, la température à cœur $C(t)$ de cette denrée, exprimée en °C, est donnée par :

$$C(t) = a \times \mathrm{e}^{-kt} - 30$$

1. Déterminer a sachant que $C(0) = 5$.
2. Calculer la valeur exacte de k sachant qu'au bout d'une heure, la température à cœur est égale à -23°C.
3. Déterminer par le calcul le temps nécessaire pour que la température atteigne -25°C.

Exercice 8

Écrire de manière plus simple :

1. $\ln(\mathrm{e}^{-5}) + 2\ln(\mathrm{e}^{4})$
2. $\dfrac{1}{2}\mathrm{e}^{\ln(0.5)} - \mathrm{e}^{\ln(-4)}$
3. $\log_3(3^{x^2+x+1}) + 2^{\log_2(3)}$

Exercice 9

Résoudre les équations suivantes :

1. $\ln(x) = 0$
2. $\ln(x+2) = 2$
3. $2 + \ln(1-3x) = 0$
4. $(2x-4)(\ln(x)-3) = 0$
5. $(2\ln(x)-1)(4x+3) = 0$
6. $(\mathrm{e}^{x} - 0.9)(5+\ln(x)) = 0$

Exercice 10

Calculer la dérivée de $f(x) = x - 2\mathrm{e}^{x}$ et $g(x) = \mathrm{e}^{x} - x - 1$.

Exercice 11

Étudier les variations de $f(x) = 2\mathrm{e}^{x} - 2x + 1$ et $g(x) = \mathrm{e}^{x} - \mathrm{e}x$.

Exercice 12

Calculer la dérivée de $f(x) = \ln(x) + x^3$.

Exercice 13

Étudier les variations de $f(x) = 2 + 5\ln(x)$ et $g(x) = 3x + 1 - 2\ln(x)$.

Exercice 14

On considère la fonction f définie par $f(x) = 3\ln(x-2)$. Soit $\mathcal{C}_f$ son graphique dans un repère orthonormé.

1. Donner une esquisse de la courbe.
2. Déterminer le domaine de définition de f.
3. Déterminer les coordonnées du point d'intersection de $\mathcal{C}_f$ avec les axes de coordonnées.
4. Déterminer l'équation de l'asymptote verticale.
5. Déterminer les intervalles sur lesquels f est croissante ou décroissante.
6. Déterminer une équation de la tangente T à $\mathcal{C}_f$ au point d'abscisse $x = 3$.