Exercice 1 [points : 1 + 1]

1. Pour résoudre $4^{x+1} = 16^{2x-1}$, on écrit les deux expressions comme puissance d'un même nombre, car deux puissances d'un même nombre sont égales si et seulement si les exposants sont égaux. Ici, $16 = 4^2$, donc $16^{2x-1} = \left(4^2\right)^{2x-1} = 4^{2\times(2x-1)}$:

$$\begin{array}{rcll}
4^{x+1} & = & 4^{2\times(2x-1)} & \\
x+1 & = & 2\times(2x-1) & \text{Exposants égaux} \\
x+1 & = & 4x-2 & \text{Simplification} \\
1 & = & 3x-2 & -x \\
3 & = & 3x & +2 \\
1 & = & x & \div 3
\end{array}$$

$\boxed{\mathcal{S} = \{1\}}$.

2. Pour résoudre $2\mathrm{e}^{-2x-1} - 1 = 5$, on utilise la fonction logarithme népérien :

$$\begin{array}{rcll}
2\mathrm{e}^{-2x-1} - 1 & = & 5 & \\
2\mathrm{e}^{-2x-1} & = & 6 & +1 \\
\mathrm{e}^{-2x-1} & = & 3 & \div 2 \\
\ln\left(\mathrm{e}^{-2x-1}\right) & = & \ln(3) & \text{Logarithme} \\
-2x-1 & = & \ln(3) & \ln\left(\mathrm{e}^{y}\right) = y \\
-2x & = & \ln(3)+1 & +1 \\
x & = & \dfrac{\ln(3)+1}{-2} & \div(-2)
\end{array}$$

$\boxed{\mathcal{S} = \left\{-\dfrac{\ln(3)+1}{2}\right\}}$.

Exercice 2 [2 points]

Pour la tangente au graphe au point d'abscisse $x = 1$, on utilise la formule de la tangente au point d'abscisse a :

$$y = f'(a) \times (x-a) + f(a)$$

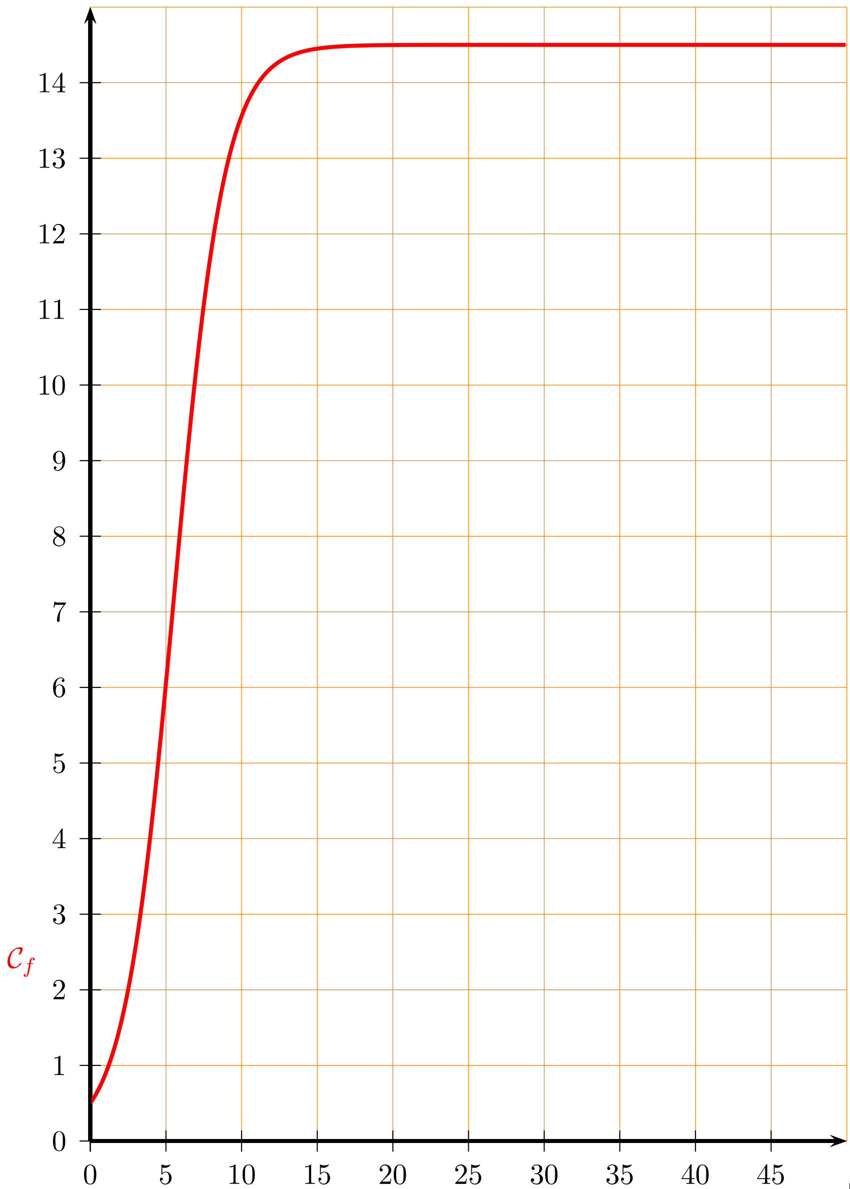
Ici $f(x) = \mathrm{e}^{4x+1}$ est directement une fonction de référence (de type e^{ax+b}), on peut directement écrire la dérivée $f'(x) = 4 \times \mathrm{e}^{4x+1}$.

Ici, $f'(x) = 4 \times \mathrm{e}^{4x+1}$ et $a = 1$ donc on a $f'(1) = 4\mathrm{e}^5$ et $f(1) = \mathrm{e}^5$, d'où l'équation $y = 4\mathrm{e}^5 \times (x-1) + \mathrm{e}^5$ c'est-à-dire $\boxed{y = 4\mathrm{e}^5 x - 3\mathrm{e}^5}$.

Exercice 3 [points : 1.5 + 1 + 1 + 1 + 1.5]

1. La fonction h n'est définie que pour $t > 0$, on va donc démarrer le graphique à $t = 0$. La question 2 nous parle de 15 semaines. On va prendre par ex. 50 semaines comme maximum et regarder à la calculatrice : d'abord on fixe xmin à 0 et xmax à 50 (menu, 4 - Fenêtre/Zoom, 1 - Réglages de la fenêtre), puis on remodifie la fenêtre pour ajuster automatiquement les valeurs de y (menu, 4 - Fenêtre/Zoom, A - Zoome ajusté à la fenêtre).

   On regarde alors le tableau de valeurs de la fonction pour tracer. Puisque x va de 0 à 50 on peut prendre 1 cm pour 5 sur l'axe des x, et puisque $h(x)$ ne dépasse jamais $14,5$, on peut prendre 1 cm pour 1 sur l'axe de y.



2. On calcule $h(9) \approx 12,9$ donc après 9 semaines, la hauteur est d'environ $\boxed{12,9 \text{ m}}$.

   On calcule $h(15) \approx 14,5$ donc après 15 semaines, la hauteur est d'environ $\boxed{14,5 \text{ m}}$.

3. On calcule $h(0) = 0,5$. Donc la hauteur au début de la mesure est de $\boxed{0,5 \text{ m}}$.

4. La hauteur maximale est de $14,5$ m (c'est donné dans l'énoncé, sinon on recalcule $\lim\limits_{x \to +\infty} f1(x)$) et donc la moitié de sa hauteur maximale est $7,25$ m. Il faut donc demander à la calculatrice `solve(f1(x)=7.25,x)` et on obtient $x = 5,55$ donc c'est $\boxed{\text{au milieu de la 6e semaine}}$.

5. Ici on ne peut pas calculer la dérivée à la main (l'exponentielle est au dénominateur avec une somme, on n'a pas de formule pour ça), on va donc utiliser la calculatrice :

$$d(x) := \frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}x}(f1(x))$$

   Ensuite on demande $d(9)$ ce qui donne environ $\boxed{0,87}$.
   Cela veut donc dire qu'après 9 semaines, le bambou a une croissance d'environ $\boxed{0,87 \text{ mètre par semaine}}$.