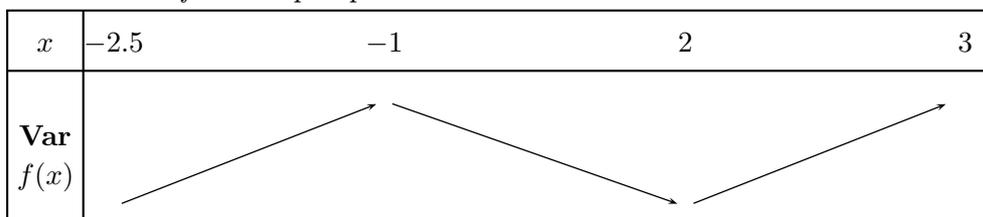


**Partie I — QCM.**

1. Cette question nous parle de  $f$  et de  $f'$  en 1. Qu'a-t-on comme information ?  
 On sait que le point  $A(1; -4)$  est sur la courbe de  $f$ , donc  $f(1) = -4$ . Ainsi b est fausse.  
 On sait également que  $(AB)$  est la tangente à  $\mathcal{C}_f$  en  $A$ . Donc  $f'(1)$  est égal à la pente de cette droite, qu'on peut calculer avec la formule  $\frac{y_B - y_A}{x_B - x_A} = \frac{2 - (-4)}{0 - 1} = \frac{6}{-1} = -6$ . Réponse c<sup>1</sup>.
2. Cette question nous parle de l'équation  $f(x) = 0$ . On voit qu'il y a une solution à peu près vers  $-2.1$  (car  $\mathcal{C}_f$  coupe la droite d'équation  $y = 0$ , autrement dit l'axe des abscisses, à cet endroit), et une autre solution à peu près vers  $0.4$ . Du coup ce n'est pas la réponse a (les 2 solutions sont dans l'intervalle), c'est bien la réponse b (seule  $0.4$  est dans l'intervalle) et ce n'est pas la réponse c (aucune solution n'est dans l'intervalle).
3. Cette question nous parle de l'équation  $f'(x) = 0$ . Lorsque  $f'(x) = 0$ , cela veut dire que la pente de la tangente à  $\mathcal{C}_f$  au point d'abscisse  $x$  doit être égale à 0, ou si l'on préfère, la tangente doit être horizontale. On voit que c'est le cas à peu près en  $-1$  et en  $2$ . Réponse b.
4. Cette question nous parle des inéquations  $f'(x) < 0$  et  $f'(x) > 0$ , ou si l'on préfère, du signe de la dérivée  $f'$ . On sait que  $f'$  est négative quand  $f$  est décroissante (ou quand  $\mathcal{C}_f$  descend) et que  $f'$  est positive quand  $f$  est croissante (ou quand  $\mathcal{C}_f$  monte). On voit graphiquement que les variations de  $f$  sont à peu près :



On en déduit donc le tableau de signes suivant pour  $f'(x)$  :

$x$	-2.5	-1	2	3
<b>Sgn.</b> $f'(x)$	+	0	-	0
		-		+

Réponse c.

**Partie II**

1. Pour calculer  $f(-1)$ , il suffit de remplacer  $x$  par  $-1$  dans l'expression de  $f(x)$  :

$$\begin{aligned}
 f(-1) &= (-1)^3 - 1.5 \times (-1)^2 - 6 \times (-1) + 2.5 \\
 &= -1 - 1.5 + 6 + 2.5 \\
 &= 6
 \end{aligned}$$

Ainsi,  $f(-1) = 6$ .

2. (a) Nous voulons dériver  $f(x) = x^3 - 1.5x^2 - 6x + 2.5$ .

$$\begin{aligned}
 f(x) &= x^3 - \textcircled{1.5} \times x^2 - \textcircled{6} \times x + 2.5. \\
 f'(x) &= 3x^2 - \textcircled{1.5} \times 2x - \textcircled{6} \times 1 + 0.
 \end{aligned}$$

$f'(x) = 3x^2 - 3x - 6$ .

1 : Ecrire chaque terme de  $f$  comme produit d'une constante par une fonction de référence.

2 : Dérivée : dans chaque terme garder la constante et dériver la fonction de référence.

3 : Simplifier.

- (b) Nous allons développer l'expression de l'énoncé pour retrouver l'expression de  $f'$  calculée au point précédent :

1. On pouvait aussi tout de suite lire sur le graphique que, quand, sur la droite  $(AB)$ , on avance de 1 unité vers la droite, on doit descendre de 6 unités vers le bas. Attention pour cette seconde méthode : ici, on a 1 unité = 1 carreau à la fois en abscisses et en ordonnées, mais ce n'est pas toujours le cas !

$$\begin{aligned}
& 3 \times (x+1) \times (x-2) \\
= & 3 \times (x \times x - x \times 2 + 1 \times x - 1 \times 2) && \left. \begin{array}{l} \text{On développe le facteur 2 avec le facteur 3.} \\ \text{On simplifie dans la parenthèse.} \end{array} \right\} \\
= & 3 \times (x^2 - 2x + x - 2) \\
= & 3 \times (x^2 - x - 2) && \left. \begin{array}{l} \text{On simplifie encore.} \\ \text{On développe.} \end{array} \right\} \\
= & 3 \times x^2 - 3 \times x - 3 \times 2 \\
= & 3x^2 - 3x - 6 && \left. \begin{array}{l} \text{On développe.} \\ \text{On simplifie.} \end{array} \right\}
\end{aligned}$$

On a bien retrouvé l'expression de  $f'$ , donc  $f'(x) = 3(x+1)(x-2)$ .

- (c) Pour trouver le tableau de signes de  $f'$ , comme  $f'(x) = 3(x+1)(x-2)$ , on peut trouver le signe de chaque facteur pour avoir le signe de  $f'$ .

Le signe de  $x+1$  :

$$\begin{array}{l}
x+1 > 0 \\
x > -1
\end{array}
\left. \begin{array}{l} \\ \\ \end{array} \right\} \text{On retranche 1 de chaque côté}$$

Le signe de  $x-2$  :

$$\begin{array}{l}
x-2 > 0 \\
x > 2
\end{array}
\left. \begin{array}{l} \\ \\ \end{array} \right\} \text{On ajoute 2 de chaque côté}$$

$x$	-2.5	-1	2	3
<b>Sgn.</b> 3	+			
<b>Sgn.</b> $x+1$	-	0	+	
<b>Sgn.</b> $x-2$		-	0	+
<b>Sgn.</b> $f'(x)$	+	0	-	+

3. On en déduit les variations de  $f$  sur  $[-2.5; 3]$  :

$x$	-2.5	-1	2	3
<b>Var</b> $f(x)$				

Mais ce n'est pas fini ! Il nous manque toutes les valeurs de la fonction  $f$  dans ce tableau. On a déjà calculé  $f(-1) = 6$  en II/1) mais il nous manque  $f(-2.5)$ ,  $f(2)$  et  $f(3)$ . Des calculs similaires donnent  $f(-2.5) = -7.5$ ,  $f(2) = -7.5$  et  $f(3) = -2$ . On peut donc dresser le tableau complet de variations de  $f$  :

$x$	-2.5	-1	2	3
<b>Var</b> $f(x)$	-7.5	6	-7.5	-2