

On rappelle que : tout résultat doit être justifié ; la présentation et la rédaction seront pris en compte lors de la notation ; les exercices peuvent être traités dans n'importe quel ordre.

Exercice 1 - Encadrement de la fonction carré

3 points

En s'aidant de la représentation graphique de la fonction carré ou de son tableau de variations, déterminer l'ensemble des valeurs prises par x^2 dans les cas suivants :

- a. $x \in [1; 3]$ b. $x \in]-2; 1]$ c. $-2 \leq x \leq -1$ d. $x > -1$

Exercice 2 - Vecteurs

8 points

Dans un repère orthonormé, on considère les points $G(1; -2)$, $P(7; 2)$ et $J(-1; 1)$. On considère également le point $I(3; \frac{3}{2})$, milieu du segment $[PJ]$.

- Créer un repère orthonormé et y placer les points G , P , J et I .
- Calculer la longueur GP .
 - On donne $GJ = \sqrt{13}$ et $JP = \sqrt{65}$. Démontrer que le triangle GPJ est rectangle en G .
 - (Bonus) Expliquer pourquoi $IG = IP = IJ$.
- On considère le point D défini par l'égalité vectorielle $\overrightarrow{GP} = \overrightarrow{JD}$.
 - Calculer les coordonnées du point D . Rajouter ce point sur la figure.
 - Déterminer la nature du quadrilatère $GPDJ$. (Justifier)
- On considère le point E défini par l'égalité vectorielle $\overrightarrow{IE} = 2\overrightarrow{JG}$.
 - Calculer les coordonnées du point E . Rajouter ce point sur la figure.
 - Que peut-on dire des droites (JG) et (IE) ? (Justifier)

Exercice 3 - Résolution de problème

9 points

- Une entreprise d'Allemagne de l'Est fabrique et vend un certain produit. On note $f(x)$ le coût de production (exprimé en milliers d'euros) de x tonnes de ce produit. Des études ont permis de conclure que pour $x \in [0; 11]$, $f(x) = x^3 - 12x^2 + 50x$.
 - Dresser un tableau de valeurs de la fonction f sur $[0; 11]$ avec un pas de 1.
 - Pour visualiser la courbe de f de manière convenable à la calculatrice, que doit-on rentrer comme valeurs pour Xmin, Xmax, Ymin et Ymax?
 - Tracer la courbe représentative de f sur l'intervalle $[0; 11]$ avec les unités suivantes :
1cm \Leftrightarrow 1 tonne en abscisses et 2cm \Leftrightarrow 100 milliers d'euros en ordonnées.
- L'entreprise vend son produit 30 milliers d'euros la tonne. On note $g(x)$ la recette de l'entreprise pour x tonnes de produit vendues, en milliers d'euros.
 - Exprimer $g(x)$ en fonction de x .
 - Représenter graphiquement la fonction g dans le même repère que f .
 - On veut déterminer graphiquement combien de tonnes de produit l'entreprise doit produire et vendre pour être bénéficiaire. Expliquer la méthode utilisée, puis déterminer ce nombre en laissant apparents les traits de construction.
- On note $B(x)$ le bénéfice de l'entreprise pour x tonnes de produit fabriquées et vendues, en milliers d'euros.
 - Exprimer $B(x)$ en fonction de x .
 - On admettra que l'on peut écrire $B(x) = -x(x - 2)(x - 10)$. Dresser un tableau de signes de $B(x)$, puis retrouver algébriquement les résultats de la question 2.c)