

On rappelle que : tout résultat doit être justifié ; la présentation et la rédaction seront pris en compte lors de la notation ; les exercices peuvent être traités dans n'importe quel ordre.

Exercice 1 - Résolution de problème

Partie A : Le cordonnier est toujours le plus mal chaussé

- Un cordonnier fabrique et vend des chaussures. On note $depenses(x)$ le coût de production (exprimé en euros) de x paires de chaussures. Ce cordonnier a calculé que pour $x \in [0; 10]$, $depenses(x) = 3x^2 + 63$.
 - Dresser un tableau de valeurs de la fonction $depenses$ sur $[0; 10]$ avec un pas de 1.
 - Pour visualiser la courbe de $depenses$ de manière convenable à la calculatrice, que doit-on rentrer comme valeurs pour X_{min} , X_{max} , Y_{min} et Y_{max} ?
 - Tracer la courbe représentative de $depenses$ sur l'intervalle $[0; 10]$ avec les unités suivantes : $1cm \Leftrightarrow 1$ paire de chaussures en abscisses et $2cm \Leftrightarrow 100€$ en ordonnées.
- Le cordonnier vend ses chaussures 30€ la paire. Pour $x \in [0; 10]$, on note $recettes(x)$ ses recettes pour x paires de chaussures vendues, en euros.
 - Pour $x \in [0; 10]$, exprimer $recettes(x)$ en fonction de x .
 - Représenter graphiquement la fonction $recettes$ dans le même repère que $depenses$.
 - On veut déterminer graphiquement combien de chaussures le cordonnier doit produire et vendre pour être bénéficiaire. Expliquer la méthode utilisée, puis déterminer ce nombre en laissant apparents les traits de construction.
- Pour $x \in [0; 10]$, on note $benefices(x)$ le bénéfice du cordonnier pour x paires de chaussures fabriquées et vendues, en euros.
 - Pour $x \in [0; 10]$, exprimer $benefices(x)$ en fonction de x .
 - Vérifier que pour tout $x \in [0; 10]$, $benefices(x) = (3 - x)(3x - 21)$.
 - Dresser un tableau de signes de $benefices(x)$, puis retrouver algébriquement les résultats de la question 2.c)

Partie B : Etude de la fonction bénéfices

On veut maintenant étudier les propriétés de la fonction $f : x \mapsto (3 - x)(3x - 21)$.

- Donner la forme développée de $f(x)$. De quel type de fonction est f ?
- Démontrer que $f(x) = -3(x - 5)^2 + 12$.
- Quelles sont les coordonnées du sommet de C_f ?
- Dresser le tableau de variations de f .
- BONUS : donner la forme factorisée de $f(x)$.

Exercice 2 - Fonctions homographiques

- Question de cours : Expliquer ce qu'est une fonction homographique. En donner un exemple.
- On donne ci-après les expressions de trois fonctions. Pour chacune d'entre elles :
 - donner son ensemble de définition
 - démontrer si oui ou non c'est l'expression d'une fonction homographique
$$f(x) = x + \frac{1}{x} + 2 \qquad g(x) = \frac{2}{3 - x} \qquad h(x) = -3 + \frac{1}{5x + 1}$$
- Dresser un tableau de valeurs bien choisi de la fonction g sur l'intervalle $[-2; 8]$.
 - Tracer le graphique de la fonction g .
 - BONUS : Quel est le centre de symétrie de C_g ?
- BONUS : Donner l'ensemble de définition de la fonction $i : x \mapsto \frac{2 + x}{1 - x} + x^2 + \frac{3}{x} - 4$.