Ecoles européennes

Bureau du Secrétaire Général
Unité de Développement Pédagogique

Ref. : 2011-01-D-40-fr-3

Orig. : FR

S7P3 PROGRAMME DE MATHEMATIQUES ANNEE 7 DU SECONDAIRE

Cours fondamental à 3 périodes/semaine

APPROUVE PAR LE COMITE PEDAGOGIQUE MIXTE LES 9, 10 et 11 FEVRIER 2011 A BRUXELLES

Entrée en application en septembre 2011

Analyse (à titre indicatif : 40 périodes)

<table>
<tr><th>Sujets</th><th>Connaissances et compétences</th><th>Support technologique</th></tr>
<tr><td>Phénomènes continus d’évolution</td><td>La compréhension de phénomènes croissants ou décroissants d’évolution suivant un modèle exponentiel ou logarithmique est l’objectif premier de cette unité. Après avoir défini les concepts, leur application sera illustrée par l’étude, par exemple, des variations :
▪ d’une population ;
▪ de la température d’un objet ;
▪ de la concentration d’une substance dans une solution ;
▪ de valeurs financières,
cette liste n’étant pas exhaustive.

L’élève doit savoir et/ou être capable de :

▪ résoudre des équations simples d’inconnue x de la forme $a^x = b$, a et b entiers naturels
▪ comprendre la relation entre les puissances d’un nombre positif a et le logarithme de base a
▪ définir le nombre e, les fonctions $x \mapsto e^x$ et $x \mapsto \ln x$
▪ pour les fonctions $x \mapsto k \cdot e^{ax+b}$ et $x \mapsto k \cdot \ln(ax+b)$:
    o préciser son ensemble de définition
    o préciser son ensemble image
    o indiquer les limites aux bornes de l’ensemble de définition
    o calculer sa fonction dérivée</td><td>L’élève doit savoir et/ou être capable de :

▪ résoudre des équations d’inconnue x de la forme $a^x = b$, a et b réels positifs
▪ tracer et manipuler les courbes représentatives des fonctions $x \mapsto e^{ax+b}$ et $x \mapsto \ln(ax+b)$
▪ tracer les courbes représentatives des fonctions $x \mapsto k \cdot e^{ax+b}$ et $x \mapsto k \cdot \ln(ax+b)$
▪ résoudre graphiquement et/ou algébriquement des équations faisant intervenir des fonctions exponentielles et/ou logarithmiques</td></tr>
</table>

Sujets	Connaissances et compétences	Support technologique
	- déterminer ses variations - reconnaître la courbe représentative d'une telle fonction à partir de ses caractéristiques graphiques ▪ résoudre graphiquement et algébriquement, pour *a*, *b* et *c* trois nombres réels, les équations $e^{ax+b} = c$ et $\ln(ax+b) = c$ ▪ mettre en œuvre tous les concepts et résultats ci-dessus définis pour étudier et interpréter des situations pratiques	

<table>
<tr><th>Sujets</th><th>Connaissances et compétences</th><th>Support technologique</th></tr>
<tr><td>Le calcul intégral au secours de problèmes courants</td><td>Cette unité a pour objectif de présenter le calcul intégral comme outil de résolution de problèmes pratiques. Aussi l’accent sera-t-il mis sur :
le calcul de longueurs d’arcs, d’aires de surfaces et de volumes de solides de révolution ;
des problèmes issus de la physique, de la biologique, de l’économie, ou toute autre application, pour lesquels toutes les indications utiles seront fournies.
L’élève doit savoir et/ou être capable de :
comprendre que la méthode des rectangles permet de calculer une valeur approchée d’une aire délimitée par la courbe représentative d’une fonction continue positive f, l’axe des abscisses et deux droites parallèles à l’axe des ordonnées, la réduction du pas permettant d’améliorer cette approximation
comprendre que le calcul exact de cette aire A conduit à considérer une primitive F de cette fonction ($A = F(b) - F(a)$, notée $\int_a^b f(x)dx$)</td><td>L’élève doit savoir et/ou être capable de :
étant donnée une fonction, déterminer :
toutes ses primitives
une de ses primitives vérifiant une condition initiale
une intégrale définie de cette fonction
calculer toute aire d’une surface, tout volume d’un solide de révolution ou toute longueur d’un arc de courbe, dont :
l’aire d’une surface délimitée par les courbes représentatives, éventuellement sécantes, de deux fonctions
le volume d’un solide évidé</td></tr>
</table>

Sujets	Connaissances et compétences	Support technologique
	▪ interpréter graphiquement et utiliser les propriétés suivantes des intégrales définies : ○ $\int_a^a f(x)dx = 0$ ○ $\int_a^b f(x)dx + \int_b^c f(x)dx = \int_a^c f(x)dx$ $\int_a^b \left(f(x)+g(x)\right)dx = \int_a^b f(x)dx + \int_a^b g(x)dx$ ○ $\int_a^b k.f(x)dx = k\int_a^b f(x)dx, \quad k \in \mathbb{R}$ ▪ pour une fonction polynomiale de degré inférieur ou égal à 3, les fonctions de type $x \mapsto k \cdot e^{ax+b}$ et $x \mapsto \dfrac{k}{ax+b}$, déterminer : ○ l'ensemble de ses primitives ○ une de ses primitives vérifiant une condition initiale ○ une intégrale définie de cette fonction ○ calculer l'aire d'un domaine délimité par la courbe représentative d'une telle fonction (positive, négative ou négative pour partie), l'axe des abscisses et deux droites verticales ▪ mettre en œuvre tous les concepts et résultats ci-dessus définis pour étudier et interpréter des situations pratiques	*Remarque :* les formules $\int_a^b \left\|f(x)-g(x)\right\| dx$, $\pi\int_a^b \left(f(x)\right)^2 dx$ et $\int_a^b \sqrt{1+\left(f'(x)\right)^2}dx$ qui permettent de calculer respectivement l'aire d'un domaine délimité par les courbes représentatives de deux fonctions, le volume d'un solide de révolution ou la longueur d'un arc d'une courbe, entre les abscisses a et b, seront rappelées à chaque fois

Probabilités (à titre indicatif : 25 périodes)

Sujets	Connaissances et compétences	Support technologique
Les variables aléatoires, outil des probabilités	*Tout comme en 6ème année, les notions de cette unité n'ont aucune vocation à être enseignées de façon théorique et formelle, les compétences mathématiques devant être maîtrisées dans un contexte pratique. Cela se fera a priori implicitement, les variables aléatoires offrant des champs d'applications multiples et variés (traitement de données en économie, géographie, physique, biologie…)*	
Variables aléatoires discrètes	*L'élève doit savoir et/ou être capable de :* ▪ expliquer les conditions dans lesquelles la modélisation par une variable aléatoire suivant une loi binomiale est possible ▪ que la loi binomiale peut être utilisée comme approximation dans le cas d'un nombre réduit de tirages successifs, sans remise, dans une population de grand effectif ▪ comprendre et interpréter les notions d'espérance et d'écart type d'une variable aléatoire, notamment dans le cas d'une variable aléatoire X suivant une loi binomiale $B(n,p)$ et savoir qu'alors $E(X)=np$ et $\sigma(X)=\sqrt{np(1-p)}$	*L'élève doit savoir et/ou être capable de :* ▪ pour une variable aléatoire suivant une loi binomiale calculer les probabilités suivantes : ○ $P(X=k)$ ○ $P(X\leq k)$ ○ $P(X\geq k)$ ○ $P(k\leq X\leq k')$

Sujets	Connaissances et compétences	Support technologique

Variables aléatoires continues	*L'élève doit savoir et/ou être capable de :*
	
	▪ que dans certains cas il y a nécessité de recourir à des variables aléatoires continues et que les probabilités correspondantes se calculent à l'aide d'intégrales avec interprétation graphique (aucun développement théorique n'est exigible)
	▪ que de nombreuses séries statistiques se modélisent par une loi normale, caractérisée par son espérance μ et son écart type σ
		L'élève doit savoir et/ou être capable de :
		
		▪ visualiser les données correspondant à une série statistique par un nuage de points et rechercher empiriquement la courbe de la loi normale correspondante
		▪ pour une variable aléatoire suivant une loi normale, calculer les probabilités suivantes :
		  o $P(X \leq b)$
		  o $P(a \leq X)$
		  o $P(a \leq X \leq b)$
		▪ calculer a, connaissant $P(X \leq a)$ pour X variable aléatoire suivant la loi normale de paramètres μ et σ donnés

Variables aléatoires (discrètes ou continues)	*L'élève doit savoir et/ou être capable de :* ▪ mettre en œuvre tous les concepts et résultats ci-dessus définis, y compris les propriétés des probabilités vues les années précédentes (dont la notion de probabilité conditionnelle), pour étudier et interpréter des situations pratiques	

Statistiques (à titre indicatif : 25 périodes)

Sujets	Connaissances et compétences	Support technologique
Pré requis pour la 7ème année	*Les notions de statistiques utiles ne figurant pas dans les programmes de 6ème année, le rappel et la consolidation des notions vues au cours des années 1 à 5 se fera sur des exemples, en exploitant si possible le support technologique, tout développement théorique étant exclu.* *L'élève doit savoir et/ou être capable de :* ▪ maîtriser les fonctions affines ▪ déterminer et interpréter moyenne arithmétique, écart-type, mode(s), médiane, 1er et 3ème quartiles et intervalle interquartile d'une série statistique à une variable ▪ comprendre le principe d'une feuille de calcul	*L'élève doit savoir et/ou être capable de :* ▪ déterminer la moyenne arithmétique, l'écart type, la médiane, 1er et 3ème quartiles et intervalle interquartile d'une série statistique à une variable ▪ saisir des données dans une feuille de calcul ▪ utiliser une feuille de calcul, dont les relations entre diverses cellules de cette feuille, pour automatiser les calculs
Traitement numérique et graphique de données statistiques à une variable	*L'objectif principal de cette section est la compréhension et l'interprétation de notions mathématiques exclusivement présentées dans des situations de la vie courante (salaires dans une entreprise, relevés de mesures portant sur la production d'une machine ou une étude biologique, etc.).* *On se contentera, dans les exemples et exercices traités sans support technologique, à des effectifs d'au plus 10 unités.* *L'élève doit savoir et/ou être capable de :* ▪ calculer une moyenne arithmétique pondérée	*L'élève doit savoir et/ou être capable de :* ▪ calculer une moyenne arithmétique pondérée

Sujets	Connaissances et compétences	Support technologique
	▪ utiliser sur des exemples les propriétés de linéarité de la moyenne, c'est-à-dire : ○ si $t_i = x_i + a$, alors $\overline{t} = \overline{x} + a$ ○ si $z_i = b \cdot y_i$, alors $\overline{z} = b \cdot \overline{y}$ ▪ représenter les données d'une ou plusieurs séries statistiques à une variable par des boîtes à moustaches ▪ analyser et comparer deux séries statistiques à une variable dont on connait moyennes, médianes, valeurs extrémales et quartiles ▪ que les couples (moyenne ; écart type) et (médiane ; intervalle interquartile), formés d'une mesure de la tendance centrale et d'une mesure de la dispersion, permettent de caractériser une série statistique, le second couple présentant une robustesse certaine par rapport aux valeurs extrêmes ▪ mettre en œuvre tous les concepts et résultats ci-dessus définis pour étudier et interpréter des situations pratiques	▪ représenter les données d'une ou plusieurs séries statistiques à une variable par des boîtes à moustaches

Sujets	Connaissances et compétences	Support technologique
Prévisions pour des séries statistiques à deux variables	*Dans cette unité, l'objectif principal est de réaliser des interpolations et des extrapolations pour accéder à des données manquantes ou pour faire des prévisions. Les domaines d'application sont multiples (économie, population, géographie, sciences exactes, etc.).* *On se contentera, dans les exemples et exercices traités sans support technologique, à des effectifs d'au plus 10 unités.* *La variable indépendante sera toujours indiquée par le professeur.* *L'élève doit savoir et/ou être capable de :* ▪ représenter des séries statistiques à deux variables par un nuage de points et comprendre l'intérêt d'établir un lien mathématique ces deux variables ▪ déterminer les coordonnées du point moyen et placer ce point sur le diagramme ▪ déterminer un ajustement affine d'une série par la méthode des deux points moyens, dite méthode de la droite de Mayer (partage de la série statistique en deux sous-séries, construction du point moyen de chaque sous-série puis de la droite passant par ces deux points moyens) ▪ comprendre le principe d'un ajustement affine d'une série statistique par la méthode des moindres carrés (droite de régression de y en x) ▪ suggérer par examen graphique le type d'ajustement potentiellement approprié à une série statistique à deux variables (affine, exponentiel ou logarithmique) et éliminer, le cas échéant, les valeurs aberrantes	*L'élève doit savoir et/ou être capable de :* ▪ utiliser une feuille de calcul pour saisir une série statistique à deux variables et représenter cette série par un nuage de points ▪ essayer d'ajuster empiriquement un nuage de points par une courbe représentative d'une fonction connue ▪ déterminer et placer le point moyen d'un nuage de points ▪ visualiser le principe d'un ajustement affine d'une série statistique par la méthode des moindres carrés (droite de régression de y en x) ▪ déterminer le coefficient de corrélation linéaire d'un ajustement affine ▪ déterminer les équations réduites de la droite de Mayer et de la droite de régression de y en x ▪ tracer la droite de Mayer et la droite de régression de y en x

Sujets	Connaissances et compétences	Support technologique
	▪ valider la pertinence d'un ajustement affine par examen de la valeur du coefficient de corrélation linéaire (coefficient de Bravais-Pearson) ▪ savoir que la droite de Mayer et la droite de régression de *y* en *x* passent par le point moyen du nuage de points ▪ exploiter un ajustement afin de faire des interpolations, des extrapolations et des prévisions ▪ mettre en œuvre tous les concepts et résultats ci-dessus définis pour étudier et interpréter des situations pratiques	▪ déterminer, par changement de variable suggéré par l'énoncé et à l'aide d'un ajustement affine, un ajustement exponentiel ou logarithmique : o $(\ln y = a \cdot x + b) \Rightarrow (y = c \cdot d^x)$ o $y = a \cdot \ln x + b$ ▪ déterminer, à l'aide des fonctions prédéfinies, un ajustement : o affine o exponentiel o logarithmique