S4P4 — Exercices de http://www.barsamian.am/mathsexams/

Table des matières

1 Analyse **1**

2 Probabilités **4**

3 Statistiques **4**

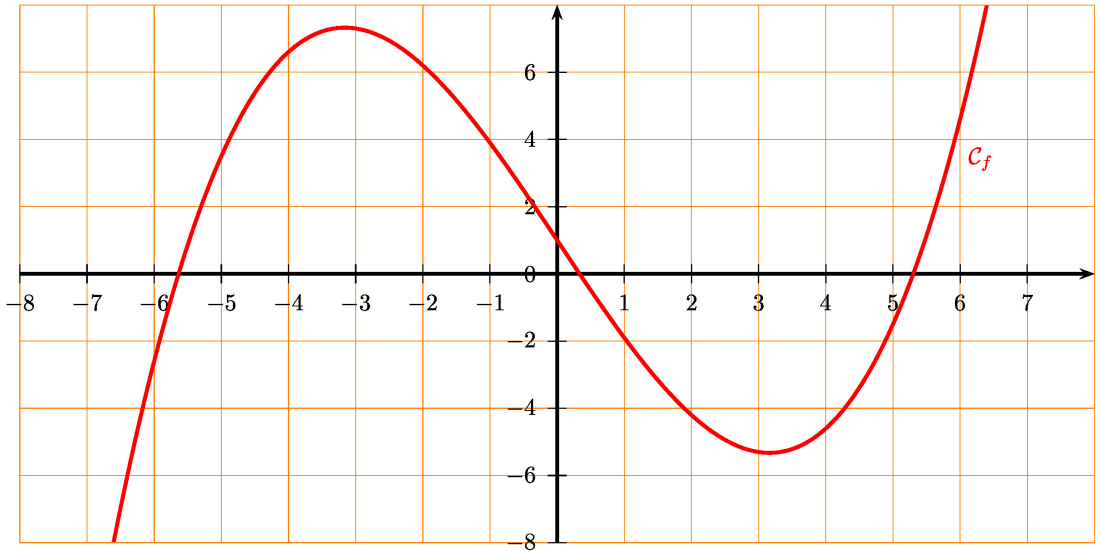
4 Algèbre **5**

5 Géométrie **6**

1 Analyse

Exercice 1 — B3 2021 Calc. : ✗

On donne ci-dessous la courbe d'une fonction f :



1. Quelle est l'image de 4 par f ? 0,5 point
2. Quel est l'ensemble des antécédents de 6 par f ? 0,5 point
3. Résoudre $f(x) = 0$. 0,5 point
4. Que vaut $f(-6)$? 0,5 point
5. Remplir le tableau de valeurs suivant (directement sur le sujet) : 1 point

x	-6	-3	0	3	6
$f(x)$					

En fait, l'expression de la fonction f est la suivante :

$$f(x) = 0{,}1x^3 - 3x + 1.$$

6. Calculer $f(2)$ et donner le résultat sous forme décimale. 0,5 point

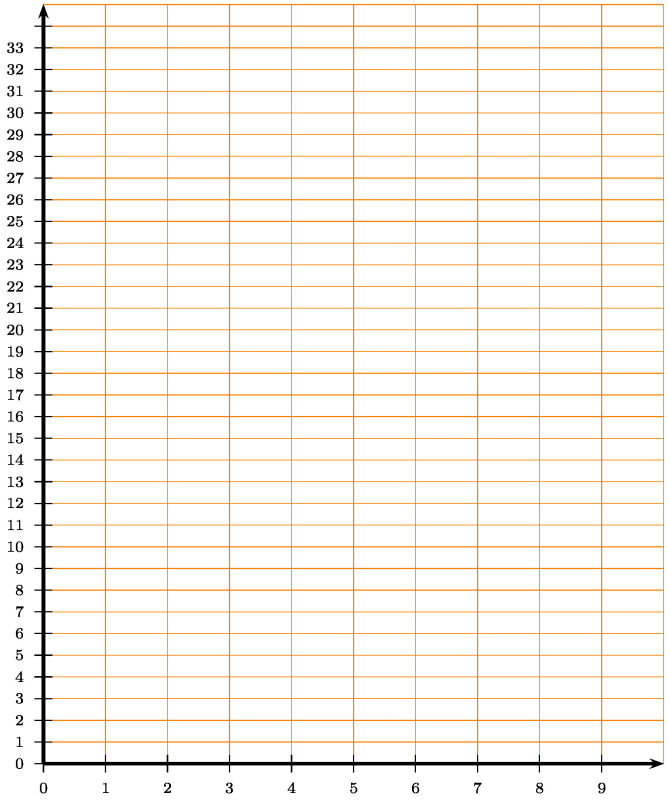
BONUS Calculer $f\left(\sqrt{2}\right)$ et donner le résultat sous la forme $a\sqrt{2}+b$, où a et b sont deux nombres décimaux.

Exercice 2 — B2 2020 Calc. : ✓

Au marché, un vendeur de fruits pratique le tarif suivant à chacune de ses transactions : 0,5€ pour les frais divers (sacs, conseils, etc.) puis 3€ le kilogramme de fruits.

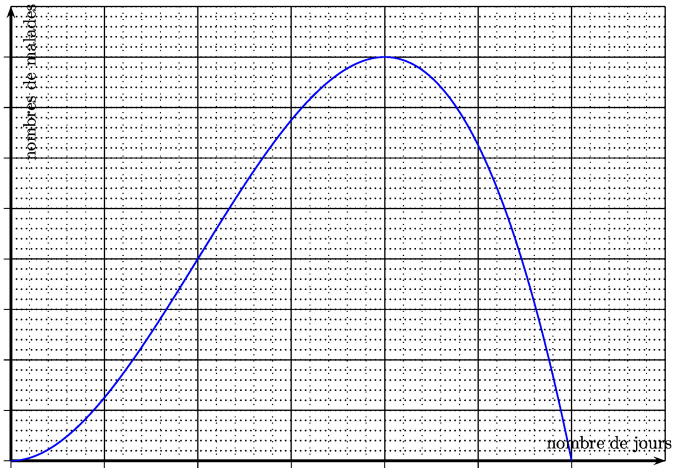
1. On se rend à ce vendeur et on achète 3kg de fruits. Combien va-t-on payer ? — 0,5 point
2. Une autre fois, le vendeur nous facture 20€. Quelle quantité de fruits a-t-on achetée ? — 0,75 point
3. Une troisième fois, on achète x kilogrammes de fruits. Exprimer, en fonction de x, le prix $p(x)$ que l'on va payer pour l'achat de ces x kilogrammes de fruits. — 0,75 point

BONUS Représenter la fonction p dans le repère ci-dessous.



Exercice 3 — B2 2020 Calc. : ✓

En 1884, Marseille subit une épidémie de choléra. La courbe suivante donne le nombre de malades en fonction du temps t (en jours).



1. Déterminer le nombre de malades le 5^{e} jour. — 0,5 point
2. Déterminer les jours où il y a 2 000 malades. — 0,5 point
3. Déterminer le jour où le nombre de malades est maximal. Quel est alors ce maximum ? — 1 point
4. Selon le graphique, combien de temps l'épidémie a-t-elle duré ? — 0,5 point

BONUS Combien de jours y a-t-il eu plus de 3 000 malades ?

En fait, la courbe représente la fonction f suivante :

$$f(t) = -t^3 + 30t^2.$$

5. Calculer $f(8)$. — 1 point

BONUS Développer et réduire $g(t) = (t^2 + t)(31 - t) - 31t$, pour montrer que cette expression est équivalente à $f(t)$.

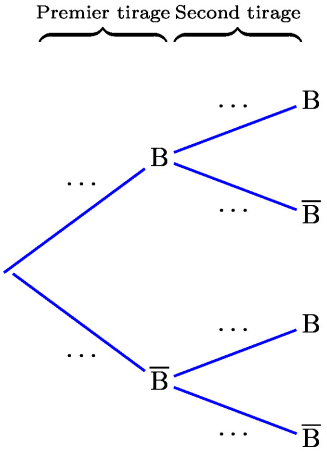
2 Probabilités

Exercice 4 — B4 2021 Calc. : ✓

Un jeu de hasard consiste à tirer, sans remise et au hasard, deux boules à la suite l'une de l'autre dans une urne fermée. Les boules sont indistinguables au toucher, et il y a au départ dans l'urne :

- 3 boules blanches
- 5 boules noires

1. Dans l'arbre de probabilité suivant (un étage par tirage), on note B le fait de tirer une boule blanche. Compléter cet arbre. — 1,5 point



On considère dans les questions suivantes l'expérience aléatoire complète, où on tire les deux boules à la suite.

2. Quelle est la probabilité de l'événement E = "tirer deux boules blanches" ? — 1 point
3. Quelle est la probabilité de l'événement F = "tirer une seule boule blanche" ? — 1 point

BONUS Décrire par une phrase l'événement G pour que les événements E, F et G forment un système exhaustif sur cette expérience aléatoire.

3 Statistiques

Exercice 5 — B2 2020 Calc. : ✓

Le tableau ci-dessous représente les notes obtenues par les élèves d'une classe à un examen de mathématiques (sur un total de 10 points).

Notes	3	5	7	8	10
Effectifs	3	7	10	4	3
Effectifs cumulés croissants					

1. Quelle est l'étendue de cette série statistique ? — 0,5 point
2. Calculer la moyenne obtenue à ce devoir. — 1 point
3. Le professeur de la classe considère qu'un élève a raté son devoir quand sa note est inférieure ou égale à 50% de la moyenne de la classe. Quelle est la proportion d'élèves qui ont raté ce devoir ? On exprimera le résultat sous forme d'une fraction irréductible. — 1 point
4. Remplir la ligne des effectifs cumulés croissants. — 1 point
5. Déterminer la médiane ainsi que les quartiles Q1 et Q3. — 1 point

BONUS En déduire un diagramme en boîte à moustaches de la série.

Exercice 6 — B1 2020 Calc. : ✓

Voici le résultat d'une enquête réalisée auprès de 250 personnes pour connaître le temps passé devant la télévision par jour :

Temps	Moins d'1h	Entre 1 et 2h	Entre 2 et 3h	Entre 3 et 4h	Plus de 4h
Effectifs	28	66	98	43	

1. Combien de personnes regardent la télévision plus de 4h par jour dans cette étude ? Compléter le tableau avec cette valeur. — 1 point
2. Représenter cette série statistique par un diagramme en bâtons. On prendra comme unité graphique 1cm pour 10 personnes. — 1 point
3. Quelle est la fréquence des personnes qui regardent la télévision au plus 2h par jour dans cette étude ? Détailler les calculs. — 1 point

4 Algèbre

Exercice 7 — B4 2021 Calc. : ✓

Au restaurant, tous les plats sont au même prix. Nous avons commandé quatre plats et une bouteille d'eau. Cela nous a coûté 51€. La table voisine a commandé cinq plats et deux bouteilles d'eau. Leur addition était de 66€. — 2,5 points

En utilisant la méthode de votre choix, et en détaillant votre solution, donner le prix d'une bouteille d'eau, et le prix d'un plat.

BONUS Donner un exemple de problème similaire où on ne peut pas conclure directement sur les prix de la bouteille d'eau et du plat.

Exercice 8 — B3 2021 Calc. : ✗

1. Démontrer que $\left(\sqrt{5}+\sqrt{2}\right)\left(\sqrt{5}-\sqrt{2}\right)$ est un nombre entier. — 1 point
2. Résoudre l'équation $x^2 = 3$. — 1 point
3. Écrire $5\sqrt{12}-\sqrt{75}$ sous la forme $a\sqrt{b}$, où a et b sont deux entiers relatifs, et b est le plus petit possible. — 1 point

BONUS Le produit de deux nombres entiers consécutifs est 132. Que valent ces nombres ?

Exercice 9 — B1 2020 Calc. : ✓

Lors d'un marché, un vendeur de fruits vend $\frac{3}{5}$ de ses fruits le matin. L'après-midi, il vend $\frac{1}{2}$ de ce qu'il lui restait. — 1,5 point

Quelle fraction de ses fruits a-t-il vendue dans la journée ?

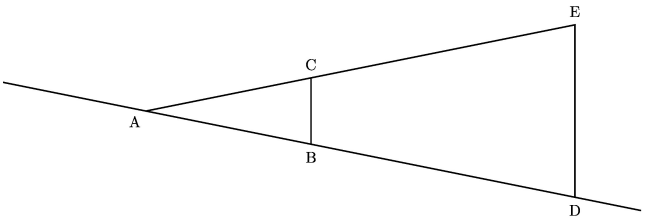
Exercice 10 — B1 2020 Calc. : ✓

1. Écrire sous la forme d'une fraction irréductible les expressions suivantes, en détaillant les calculs :
   (a) 0.25 — 0,5 point
   (b) $\frac{1}{9}-\frac{4}{3}$ — 0,75 point
2. Développer et réduire les expressions :
   (a) $3\left(\frac{2}{3}x-1\right)$ — 0,75 point
   (b) $(3+a)^2$ — 0,75 point
   (c) $3-2(4-5t)$ — 0,75 point

5 Géométrie

Exercice 11 — B4 2021 Calc. : ✓

Dans une rue en pente se trouvent une personne et un immeuble. La situation est modélisée par la figure suivante, qui n'est pas à l'échelle. La personne de 1,7 m de haut est modélisée par le segment [BC], et l'immeuble est modélisé par le segment [*DE*]. La personne et l'immeuble sont tous les deux verticaux. Les points A, B et D sont alignés (ils sont sur la rue), et les points A, C et E sont également alignés. On a mesuré les distances : AB = 10 m et AD = 100 m.

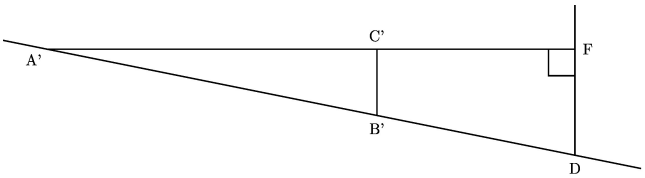


1. Calculer la hauteur de l'immeuble, c'est-à-dire la longueur DE. — 2 points

La personne dans la rue a bougé (elle se trouve dorénavant en [B′C′]). Une personne dans l'immeuble regarde depuis le point F (à 10 m de hauteur depuis le bas de l'immeuble). Elle voit droit devant elle (à l'horizontale) le point C′, et plus loin derrière, le point A′ sur la rue. On a calculé A′D = 120 m.

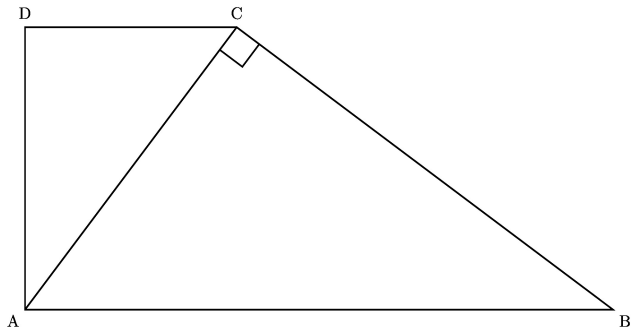
2. Reporter les données connues sur le schéma, puis montrer que A′B′ = 20,4 m. — 1 point
3. De quelle distance la personne de la rue s'est-elle déplacée (par rapport au premier schéma) ? — 1 point

BONUS Calculer la longueur A′F.



Exercice 12 — B3 2021 Calc. : ✗

Dans la figure suivante, on a codé un angle droit, et on donne également les valeurs AC = 5, AD = 4 et DC = 3. De plus, on indique que (AB) // (CD).



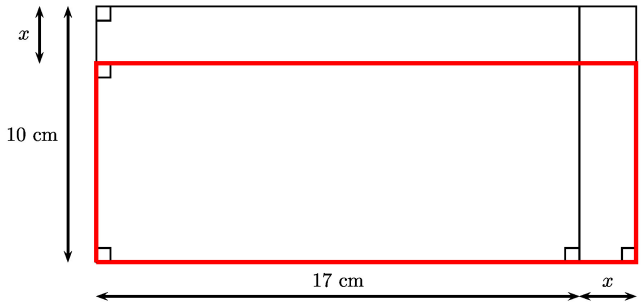
1. Démontrer que l'angle $\widehat{ADC}$ est un angle droit.	1 point
2. En déduire que l'angle $\widehat{BAD}$ est également un angle droit.	0,5 point
3. Quelle est la valeur exacte de l'angle $\widehat{DAC}$?	1 point
4. On admet qu'une valeur approchée de l'angle $\widehat{BAC}$ est 53°. En se servant du tableau ci-dessous, donner une valeur approchée de AB.	1 point

$\cos(53°) \approx 0{,}6$	$\sin(53°) \approx 0{,}8$	$\tan(53°) \approx 1{,}3$

BONUS Donner une valeur approchée du périmètre du quadrilatère ABCD.

Exercice 13 — B1 2020 Calc. : ✓

Dans le dessin suivant, la valeur de x n'est pas fixée, et peut prendre n'importe quelle valeur entre 0 et 10 cm.



1. Exprimer l'aire du rectangle rouge, en cm^2, en fonction de x.	1 point
2. Que vaut cette aire lorsque x vaut 5 cm ?	1 point