SCHOLA EUROPAEA

BACCALAURÉAT EUROPÉEN 2017

AIDE À LA CORRECTION

MATHÉMATIQUES 3 PÉRIODES
PARTIE B

DATE : 12 juin 2017, matin

DURÉE DE L'EXAMEN :

2 heures (120 minutes)

MATÉRIEL AUTORISÉ :

Examen avec support technologique :
Calculatrice TI-Nspire en mode « Press-to-test »

Crayon pour les graphiques

REMARQUES PARTICULIÈRES :

- Utiliser une nouvelle page pour chaque nouvelle question.
- Il est indispensable que les réponses soient accompagnées des explications nécessaires à leur élaboration.
- Les réponses doivent mettre en évidence le raisonnement qui amène aux résultats ou solutions.
- Lorsque des graphes sont utilisés pour trouver une solution, la réponse doit inclure des esquisses de ceux-ci.
- Sauf indication contraire dans la question, la totalité des points ne pourra être attribuée à une réponse correcte en l'absence du raisonnement et des explications qui permettent d'arriver aux résultats ou solutions.
- Lorsqu'une réponse est incorrecte, une partie des points pourra cependant être attribuée lorsqu'une méthode appropriée et/ou une approche correcte ont été utilisées.
- Certaines questions ne peuvent être résolues qu'à l'aide de la calculatrice. La formulation de ces questions l'indique alors clairement. Toutes les autres questions peuvent être résolues avec ou sans calculatrice.

PARTIE B

QUESTION B1 ANALYSE	Page 1/3	Barème
Les fonctions f et g sont définies par $$f(x)=(x^2-1)(x-2) \text{ et } g(x)=4x-4 .$$ **a) Résoudre l'inéquation** $f(x)\leq 0$.		**2 points**
$f(x)\leq 0 \Leftrightarrow (x^2-1)(x-2)\leq 0$. On étudie le signe de $f(x)$: $f(x)=0 \Leftrightarrow x=-1$ ou $x=1$ ou $x=2$.		1 pt
Sol $= \left]-\infty\,;-1\right]\cup\left[1\,;2\right]$.		1 pt
<u>ou</u> : On résout directement l'inéquation avec la calculatrice (voir tns) et on obtient : $1\leq x\leq 2$ ou $x\leq -1$.		2 pts
b) L'aire A de la surface délimitée par les graphiques de deux fonctions f et g entre les abscisses a et b est donnée par : $$A=\int_a^b \lvert f(x)-g(x)\rvert\,dx$$ **Calculer l'aire de la surface délimitée par les graphiques de f et g.**		**3 points**
On détermine les abscisses des points d'intersection des deux courbes : $f(x)=g(x)\Leftrightarrow (x-1)(x+1)(x-2)=4(x-1)$ $\Leftrightarrow (x-1)\left[(x+1)(x-2)-4\right]=0$ $\Leftrightarrow (x-1)(x^2-x-6)=0$ $\Leftrightarrow (x-1)(x+2)(x-3)=0$ $\Leftrightarrow x=1$ ou $x=-2$ ou $x=3$. <u>ou</u> : On obtient ce résultat en résolvant directement cette équation avec la calculatrice (voir tns).		0,5 pt

Tableau de signes (partie a) :

x		-1		1		2	
x^2-1	$+$	0	$-$	0	$+$	$+$	$+$
$x-2$	$-$	$-$	$-$	$-$	$-$	0	$+$
$f(x)$	$-$	0	$+$	0	$-$	0	$+$

BACCALAURÉAT EUROPÉEN 2017 : MATHÉMATIQUES 3 PÉRIODES

PARTIE B		
QUESTION B1 ANALYSE	**Page 2/3**	**Barème**

On étudie le signe de $f(x)-g(x)=(x-1)(x+2)(x-3)$.

x		-2		1		3	
$x-1$	$-$	$-$	$-$	0	$+$	$+$	$+$
x^2-x-6	$+$	0	$-$	$-$	$-$	0	$+$
$f(x)-g(x)$	$-$	0	$+$	0	$-$	0	$+$

Entre les abscisses -2 et 1 , le graphique de f se trouve au-dessus du graphique de g : $f(x)-g(x)>0$.
Entre les abscisses 1 et 3, le graphique de f se trouve en dessous du graphique de g : $f(x)-g(x)<0$.
L'aire de la surface délimitée par les graphiques de f et g est égale à

$$A=\int_{-2}^{3}\left|f(x)-g(x)\right|dx=\int_{-2}^{1}\left(f(x)-g(x)\right)dx-\int_{1}^{3}\left(f(x)-g(x)\right)dx .$$

Barème : 0,5 pt

$f(x)-g(x)=(x-1)(x^2-x-6)=x^3-2x^2-5x+6$.

Donc l'aire $A = \int_{-2}^{1}\left(x^3-2x^2-5x+6\right)dx-\int_{1}^{3}\left(x^3-2x^2-5x+6\right)dx =$

$$\left[\frac{x^4}{4}-2\frac{x^3}{3}-5\frac{x^2}{2}+6x\right]_{-2}^{1}-\left[\frac{x^4}{4}-2\frac{x^3}{3}-5\frac{x^2}{2}+6x\right]_{1}^{3}=$$

$$\left(\frac{1}{4}-\frac{2}{3}-\frac{5}{2}+6\right)-\left(4+\frac{16}{3}-10-12\right)-\left(\frac{81}{4}-18-\frac{45}{2}+18\right)+\left(\frac{1}{4}-\frac{2}{3}-\frac{5}{2}+6\right)$$

$$=25+\frac{45}{2}-\frac{20}{3}-\frac{79}{4}=\frac{300+33-80}{12}=\boxed{\frac{253}{12}}.$$

Barème : 2 pts

<u>ou</u> :

On obtient ce résultat en calculant directement l'intégrale

$\int_{-2}^{3}\left|f(x)-g(x)\right|dx$ à l'aide de la calculatrice (voir tns).

Barème : 2,5 pts

<table>
<tr><td colspan="3">PARTIE B</td></tr>
<tr><td>QUESTION B1 ANALYSE</td><td>Page 3/3</td><td>Barème</td></tr>
<tr><td colspan="2">c) Déterminer les valeurs de c telles que la droite d'équation $y = c$ et le graphique de f ont exactement deux points communs.</td><td>5 points</td></tr>
<tr><td colspan="2">On étudie les variations de la fonction f :
$f'(x) = 3x^2 - 4x - 1$.
$f'(x) = 0 \Leftrightarrow x = \frac{2-\sqrt{7}}{3}$ ou $x = \frac{2+\sqrt{7}}{3}$.

| x | | $\frac{2-\sqrt{7}}{3}$ | | $\frac{2+\sqrt{7}}{3}$ | |
| $f'(x)$ | + | 0 | − | 0 | + |
| f | ↗ | max | ↘ | min | ↗ |

f admet un maximum en $x = \frac{2-\sqrt{7}}{3}$ et la valeur de ce maximum est égale à $f\left(\frac{2-\sqrt{7}}{3}\right) = \frac{20+14\sqrt{7}}{27}$.

f admet un minimum en $x = \frac{2+\sqrt{7}}{3}$ et la valeur de ce minimum est égale à $f\left(\frac{2+\sqrt{7}}{3}\right) = \frac{20-14\sqrt{7}}{27}$.</td><td>2 pts</td></tr>
<tr><td colspan="2">On esquisse le graphique de f (voir tns). On constate que la droite d'équation $y = c$ a exactement deux points communs avec le graphique de f si et seulement si c est égal au maximum ou au minimum de la fonction f.
Donc $c = \frac{20+14\sqrt{7}}{27}$ ou $c = \frac{20-14\sqrt{7}}{27}$.</td><td>3 pts</td></tr>
<tr><td colspan="2"><u>ou</u> :
On commence par tracer le graphique de f avec la calculatrice pour constater que la droite d'équation $y = c$ a exactement deux points communs avec le graphique de f si et seulement si c est égal au maximum ou au minimum de la fonction f.</td><td>3 pts</td></tr>
<tr><td colspan="2">On détermine ensuite ce maximum et ce minimum avec la calculatrice (voir tns). Donc $c = \frac{20+14\sqrt{7}}{27}$ ou $c = \frac{20-14\sqrt{7}}{27}$.</td><td>2 pts</td></tr>
</table>

$\mathbf{f}(x) \blacktriangleright (x-2)\cdot(x^2-1)$

$\mathbf{g}(x) \blacktriangleright 4\cdot x-4$

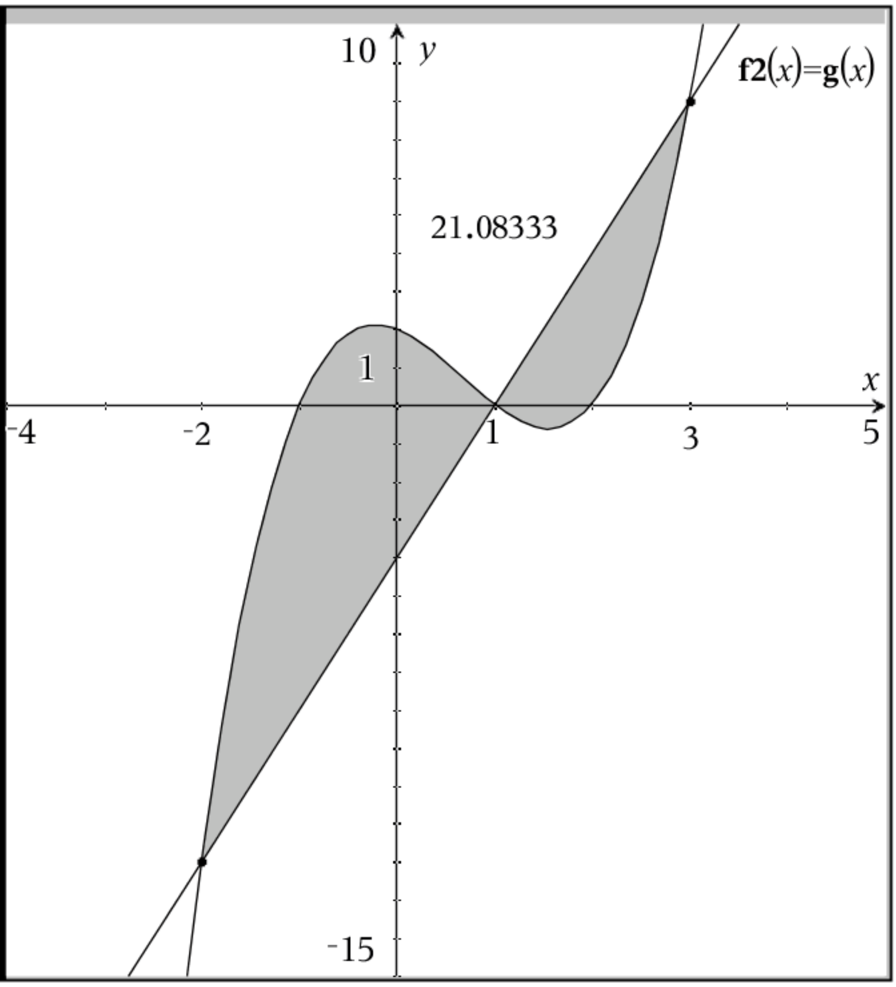
a) $\text{solve}(\mathbf{f}(x)\le 0,x) \blacktriangleright \mathbf{1\le x\le 2 \text{ or } x\le -1}$

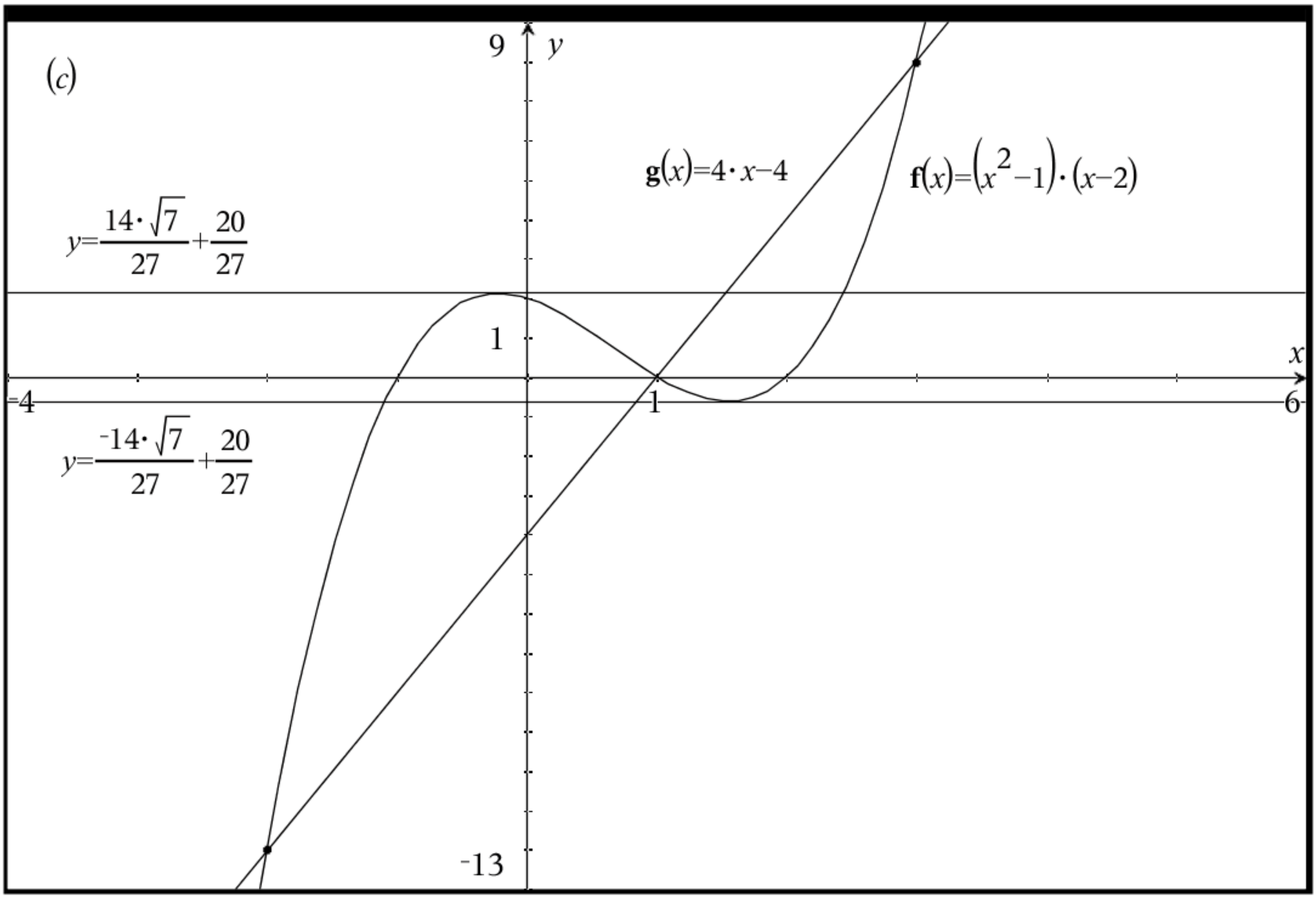
b) $\text{solve}(\mathbf{f}(x)=\mathbf{g}(x),x)$

$\blacktriangleright x=-2 \text{ or } x=1 \text{ or } x=3$

$$\int_{-2}^{3} |\mathbf{f}(x)-\mathbf{g}(x)|\, dx = \frac{253}{12}$$

Area $= \frac{\mathbf{253}}{\mathbf{12}} \approx \mathbf{21.0833}$





c)

$\text{fMax}(\mathbf{f}(x),x,{}^-1,1) \blacktriangleright x=\frac{^-(\sqrt{7}-2)}{3}$

$\mathbf{f}\left(\frac{^-(\sqrt{7}-2)}{3}\right)=\frac{14\cdot\sqrt{7}}{27}+\frac{20}{27}$

$\text{fMin}(\mathbf{f}(x),x,1,2) \blacktriangleright x=\frac{\sqrt{7}+2}{3}$

$\mathbf{f}\left(\frac{\sqrt{7}+2}{3}\right)=\frac{20}{27}-\frac{14\cdot\sqrt{7}}{27}$

When c is equal to this minimum or maximum the graph of f and the line $y=c$ have exactly two points in common:

$c=\frac{20}{27}-\frac{14\cdot\sqrt{7}}{27} \blacktriangleright \mathbf{c={}^-0.63113}$ or

$c=\frac{14\cdot\sqrt{7}}{27}+\frac{20}{27} \blacktriangleright \boldsymbol{c}\mathbf{=2.11261}$

<table>
<tr><th colspan="3">PARTIE B</th></tr>
<tr><th colspan="1">QUESTION B2 ANALYSE</th><th>Page 1/3</th><th>Barème</th></tr>
<tr><td colspan="2">Utiliser la calculatrice pour tous les calculs de cette question.
On étudie le taux d'alcool dans le sang de Michaël après qu'il a consommé une certaine quantité d'alcool.
Son taux d'alcool dans le sang $f(t)$, en grammes par litre, est donné par $f(t)=10\left(e^{-0,8t}-e^{-t}\right)$, $t\geq 0$,
où t est le temps en heures après avoir consommé l'alcool.
a) Déterminer $f'(2)$ et interpréter le résultat.</td><td>4 points</td></tr>
<tr><td colspan="2">$f'(t)=10\left(-0,8e^{-0,8t}+e^{-t}\right)$.
$f'(2)=10\left(-0,8e^{-1,6}+e^{-2}\right)=10e^{-2}\left(1-0,8e^{0,4}\right)\approx -0,261819\approx -0,26$.
<u>ou</u> :
On détermine directement $f'(2)$ avec la calculatrice (voir tns).</td><td>2 pts</td></tr>
<tr><td colspan="2"><u>Interprétation</u> : à l'instant $t=2$, c'est-à-dire exactement deux heures après que Michaël a consommé l'alcool, son taux d'alcool dans le sang diminue à raison de 0,26 gramme/litre par heure.</td><td>2 pts</td></tr>
<tr><td colspan="2">b) Déterminer à quel instant le taux d'alcool dans le sang de Michaël atteint son maximum ainsi que la valeur de ce taux maximum.</td><td>4 points</td></tr>
<tr><td colspan="2">Déterminons le maximum de la fonction f .
$f'(t)=0\Leftrightarrow 10e^{-t}\left(1-0,8e^{0,2t}\right)=0\Leftrightarrow 0,8e^{0,2t}=1\Leftrightarrow e^{0,2t}=\frac{5}{4}\Leftrightarrow t=5\ln\left(\frac{5}{4}\right)$
$\approx 1,11572\approx 1,12$.
Avec la calculatrice on peut déterminer cette valeur de t par trois méthodes (voir tns).
$f'(t)$ s'annule en $t=5\ln\left(\frac{5}{4}\right)$ en passant du positif au négatif ; donc la fonction f admet un maximum en $t=5\ln\left(\frac{5}{4}\right)$.
Donc le taux d'alcool dans le sang de Michaël atteint son maximum à l'instant $t\approx 1,12$, c'est-à-dire 1,12 heure [ou 1 heure 7 minutes] après avoir consommé l'alcool.</td><td>2 pts</td></tr>
</table>

PARTIE B		
QUESTION B2 ANALYSE	**Page 2/3**	**Barème**
$f\left(5\ln\left(\frac{5}{4}\right)\right)=10\left(e^{-4\ln\left(\frac{5}{4}\right)}-e^{-5\ln\left(\frac{5}{4}\right)}\right)=10\left(\left(\frac{4}{5}\right)^4-\left(\frac{4}{5}\right)^5\right)=2\left(\frac{4}{5}\right)^4=\frac{512}{625}$ $=0{,}8192\approx 0{,}82$. Donc le taux maximum d'alcool dans le sang de Michaël est de 0,82 gramme/litre.		2 pts
c) Dans un certain pays, il est interdit de conduire une voiture avec un taux d'alcool dans le sang supérieur à 0,5 **gramme par litre.** **Déterminer l'intervalle de temps au cours duquel Michaël n'aura pas le droit de conduire une voiture dans ce pays.**		**4 points**
Il faut résoudre l'inéquation $f(t)>0{,}5 \Leftrightarrow 10\left(e^{-0{,}8t}-e^{-t}\right)>0{,}5 \Leftrightarrow$ $e^{-0{,}8t}-e^{-t}-0{,}05>0$. On pose $x=e^{-t}$ et l'inéquation devient $x^{0{,}8}-x-0{,}05>0$ qu'on résout à l'aide de la calculatrice. On obtient : $0{,}072392<x<0{,}712354$ ou $x<-0{,}01509$. Comme $x=e^{-t}$ ne peut pas être négatif, on en conclut que $0{,}072392<e^{-t}<0{,}712354$ $\Leftrightarrow \ln(0{,}072392)<-t<\ln(0{,}712354) \Leftrightarrow -\ln(0{,}712354)<t<-\ln(0{,}072392)$ $\Leftrightarrow 0{,}33918<t<2{,}62566$. En arrondissant : $0{,}34<t<2{,}62$. [Note : $0{,}33918 \text{ h} = 20{,}3508 \text{ min}$ et $2{,}62566 \text{ h} = 2 \text{ h } 37{,}5396 \text{ min}$. En arrondissant : $21 \text{ min} < t < 2 \text{ h } 37 \text{ min}$.] <u>ou</u> : En observant le graphique de f sur la calculatrice, on voit que l'intervalle de temps demandé est borné par les solutions de l'équation $f(t)=0$ (voir tns). La calculatrice donne les solutions : $t=0{,}33918$ et $t=2{,}62566$ (voir tns).		3 pts
Michaël n'aura donc pas le droit de conduire une voiture entre 0,34 heure [21 min] et 2,62 heures [2 h 37 min] après avoir consommé l'alcool.		1 pt
<u>Remarque</u> : les arrondis $t\approx 0{,}339$ heure [20 min] et $t\approx 2{,}63$ heures [2 h 38 min] pourront aussi être acceptés. La conversion en minutes n'est pas exigée.		

<table>
<tr><td colspan="3">PARTIE B</td></tr>
<tr><td>QUESTION B2 ANALYSE</td><td>Page 3/3</td><td>Barème</td></tr>
<tr><td colspan="2">d) Le taux moyen d’alcool dans le sang de Michaël au cours d’une période allant de $t=a$ à $t=b$ est donné par
$$\frac{1}{b-a}\int_a^b f(t)dt.$$
Calculer le taux moyen d’alcool dans le sang de Michaël au cours des 4 premières heures, après avoir consommé l’alcool.</td><td>3 points</td></tr>
<tr><td colspan="2">Ce taux moyen est égal à $\frac{1}{4}\int_0^4 f(t)dt=\frac{10}{4}\int_0^4\left(e^{-0,8t}-e^{-t}\right)dt=$
$\frac{5}{2}\left[-\frac{5}{4}e^{-0,8t}+e^{-t}\right]_0^4=\frac{5}{2}\left(-\frac{5}{4}e^{-3,2}+e^{-4}+\frac{5}{4}-1\right)\approx 0,543407\approx 0,54$.
<u>ou</u> :
On calcule l’intégrale directement sur la calculatrice (voir tns).</td><td>2 pts</td></tr>
<tr><td colspan="2">Le taux moyen d’alcool dans le sang de Michaël au cours des quatre premières heures qui suivent sa consommation d’alcool est d’environ 0,54 gramme/litre.</td><td>1 pt</td></tr>
</table>

Define $\mathbf{f}(x)=10\cdot\left(\mathbf{e}^{-0.8\cdot x}-\mathbf{e}^{-x}\right)$ ▸ *Done*

a) $\frac{d}{dt}(\mathbf{f}(t))|t=2$ ▸ $\mathbf{-0.261819}$ Interpretation:

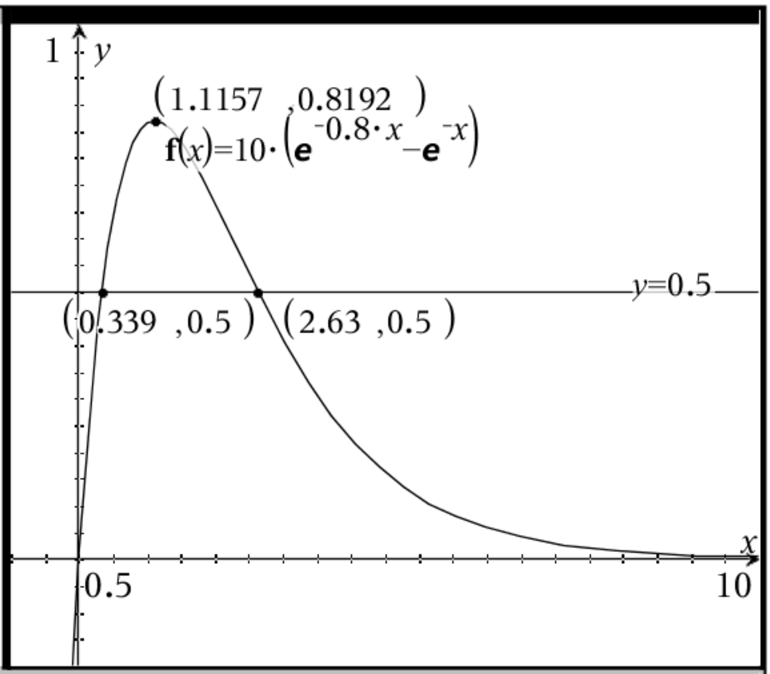
The blood alcohol level decreases by 0.26 grams/litre per hour at time t = 2 hours.

b) $\text{fMax}(\mathbf{f}(t),t)$ ▸ $t=1.11572$ or use graph or

$\text{solve}\left(\frac{d}{dt}(\mathbf{f}(t))=0,t\right)$ ▸ $t=1.11572$

$\mathbf{f}(1.11572) = 0.8192$

Michael's blood level reaches its maximum value at time t=1.12. The maximum value is 0.82 grams/litre.



c) $\text{solve}(\mathbf{f}(t)=0.5,t)$ ▸ $t=0.33918$ or $t=2.62565$

Michael would not be permitted to drive a car from time t=0.339 to time t=2.63.

d) Average blood level $\frac{1}{4}\cdot\int_0^4 \mathbf{f}(t)\ dt$ ▸ $0.543407 \approx$ **0.54 grams/litre between t=0 and t=4.**

PARTIE B

PARTIE B

QUESTION B3 PROBABILITÉS	Page 1/2	Barème

Utiliser la calculatrice dans c) et e).

Thomas travaille dans un bureau tous les jours du lundi au vendredi. Parfois il emporte son parapluie lorsqu'il quitte son domicile.

Lorsque la matinée est ensoleillée, la probabilité qu'il emporte son parapluie est de $0{,}1$**.**

Tous les autres matins, la probabilité qu'il emporte son parapluie est de $0{,}8$**.**

La probabilité qu'une matinée soit ensoleillée est de $0{,}25$**.**

a) Montrer que la probabilité que Thomas emporte son parapluie est de $0{,}625$**.** — **3 points**

Soient les événements :
U : « Thomas prend son parapluie »,
S : « La matinée est ensoleillée ».
On sait que $P(S)=0{,}25$, $P\left(U\middle|S\right)=0{,}1$ et $P\left(U\middle|\bar{S}\right)=0{,}8$.

$$P(U)=P(U\cap S)+P(U\cap\bar{S})=P(S)\cdot P\left(U\middle|S\right)+P(\bar{S})\cdot P\left(U\middle|\bar{S}\right)$$

$$=0{,}25\cdot 0{,}1+(1-0{,}25)\cdot 0{,}8=0{,}025+0{,}6=0{,}625$$. CQFD.

b) Étant donné que Thomas a emporté son parapluie, calculer la probabilité qu'il y eût du soleil ce matin-là. — **3 points**

$$P(S|U)=\frac{P(S\cap U)}{P(U)}=\frac{P(S)\cdot P(U|S)}{P(U)}=\frac{0{,}25\cdot 0{,}1}{0{,}625}=\frac{25}{625}=\frac{1}{25}=0{,}04.$$

c) Calculer la probabilité que, en 22 **jours de travail, Thomas n'emporte pas son parapluie au moins** 6 **jours, mais pas plus de** 12 **jours.** — **3 points**

Soit X le nombre de fois que, en 22 jours de travail, Thomas n'emporte pas son parapluie. X suit une loi binomiale de paramètres $n=22$ et $p=1-0{,}625=0{,}375$.

$P(6\leq X\leq 12)=\sum_{k=6}^{12}C_{22}^{k}\cdot 0{,}375^{k}\cdot 0{,}625^{22-k}$ <u>ou</u> on utilise la commande de la calculatrice « binomCdf » (voir tns) et on obtient : $0{,}856777\approx 0{,}857$.

QUESTION B3 PROBABILITÉS	Page 2/2	Barème
Thomas prend le bus pour aller au bureau. **La probabilité que le bus soit à l'heure est de** $0{,}9$. **d) Calculer la probabilité qu'une certaine semaine de travail (du lundi au vendredi), le bus soit à l'heure uniquement le lundi et le vendredi.** La probabilité que le bus soit à l'heure le lundi, en retard le mardi, le mercredi et le jeudi, et à l'heure le vendredi est égale à $0{,}9 \cdot 0{,}1 \cdot 0{,}1 \cdot 0{,}1 \cdot 0{,}9 = 0{,}00081$.		**3 points**
On suppose que la durée du trajet en bus suit une loi normale de moyenne 25 **minutes et d'écart-type** $2{,}5$ **minutes.** **Thomas arrive en retard au bureau si la durée du trajet en bus est supérieure à** 30 **minutes.** **e) Calculer la probabilité que, un jour donné, Thomas arrive en retard au bureau.** Soit T la durée du trajet du bus. T suit une loi normale avec $\mu = 25$ min et $\sigma = 2{,}5$ min. On demande $P(T > 30)$. On utilise la commande de la calculatrice « normCdf » (voir tns) et on obtient $0{,}02275 \approx 0{,}023$.		**3 points**

a) P(umbrella) = $0.25 \cdot 0.1 + 0.75 \cdot 0.8 =$ $\mathbf{0.625}$, q.e.d.

b) P(sunny|umbrella)= $\dfrac{P(umbrella|sunny) \cdot P(sunny)}{P(umbrella)} = \dfrac{0.1 \cdot 0.25}{0.625} = \mathbf{0.040}$

c) p(no umbrella)=$1-0.625 = \mathbf{0.375}$

P(no umbrella 6−12 days out of 22 days)= binomCdf$(22,0.375,6,12) = \mathbf{0.857}$

d) P(bus on time) = 0.90

P(bus on time Mon, late Tue−Wed−Thur, on time Fri)= $0.9 \cdot 0.1 \cdot 0.1 \cdot 0.1 \cdot 0.9 = \mathbf{0.00081}$

e) P(late) = normCdf$(30,\infty,25,2.5) = \mathbf{0.0228}$

PARTIE B		
QUESTION B4 STATISTIQUES	**Page 1/2**	**Barème**

Un objectif clé de l'UE en matière de consommation d'énergie est que, en 2020, au moins 20 % de celle-ci provienne de sources renouvelables.

Le tableau ci-dessous montre le pourcentage de consommation d'énergie provenant de sources renouvelables pendant les années 2004-2014.

Année		2004	2006	2008	2010	2012	2014
Nombre d'années après 2004	x	0	2	4	6	8	10
Pourcentage	y	8,5	9,5	11,0	12,8	14,3	16,0

a) Tracer un graphique en nuage de points représentant les données du tableau. — **3 points**

Voir tns.

b) Établir une équation de la droite de Mayer. — **4 points**

Les points moyens ont pour coordonnées : — 1 pt

$$\left(\frac{0+2+4}{3}\,;\frac{8{,}5+9{,}5+11}{3}\right)=\left(2\,;\frac{29}{3}\right)\approx\left(2\,;9{,}67\right) \text{ et}$$

$$\left(\frac{6+8+10}{3}\,;\frac{12{,}8+14{,}3+16}{3}\right)=\left(8\,;\frac{43{,}1}{3}\right)=\left(8\,;\frac{431}{30}\right)\approx\left(8\,;14{,}37\right).$$

La droite de Mayer passe par ces deux points ; elle a pour équation : — 3 pts

$$y-\frac{29}{3}=\frac{\frac{431}{30}-\frac{29}{3}}{8-2}\left(x-2\right)\Leftrightarrow$$

$$y=\frac{47}{60}\left(x-2\right)+\frac{29}{3}\Leftrightarrow y=\frac{47}{60}x+\frac{81}{10}.$$

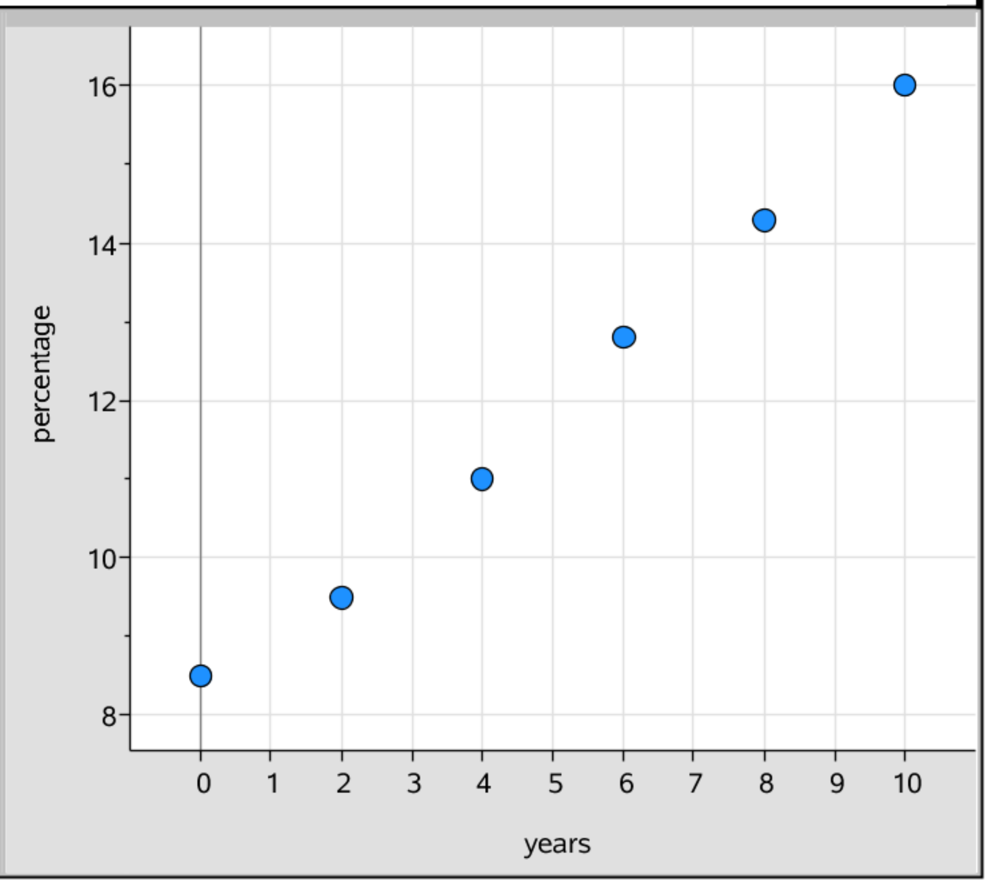
En arrondissant, on obtient : $y=0{,}78\,x+8{,}1$.

PARTIE B		
QUESTION B4 STATISTIQUES	**Page 2/2**	**Barème**
c) Utiliser la calculatrice pour établir une équation de la forme $y = mx + b$ de la droite de régression de y en x et donner le coefficient de corrélation linéaire r. Arrondir les nombres m, b et r au millième (3 décimales).		**3 points**
On utilise la calculatrice (voir tns) et on obtient la droite de régression de y en x d'équation : $y = 0{,}767\,x + 8{,}181$.		2 pts
En même temps on obtient le coefficient de corrélation linéaire : $r = 0{,}997$.		1 pt
Pour d), e) et f), utiliser le modèle de régression linéaire $y = 0{,}77\,x + 8{,}2$. **d) Ajouter cette droite de régression au diagramme de a).** Voir tns.		**2 points**
e) Que signifie, dans ce modèle, le nombre 0,77 quant au pourcentage d'énergie provenant de sources renouvelables dans l'UE ? Le pourcentage de consommation d'énergie provenant de sources renouvelables augmente de 0,77 par an.		**3 points**
f) Estimer le pourcentage d'énergie provenant de sources renouvelables dans l'UE en 2017. Prévoir en quelle année le pourcentage d'énergie provenant de sources renouvelables dans l'UE atteindra 20 %.		**5 points**
En 2017, le nombre d'années après 2004 est : $x = 13$. $y = 0{,}77 \cdot 13 + 8{,}2 = 18{,}21$. On estime à environ 18 %, le pourcentage de consommation d'énergie provenant de sources renouvelables en 2017.		2 pts
On résout l'équation $0{,}77\,x + 8{,}2 = 20 \Leftrightarrow 0{,}77x = 11{,}8 \Leftrightarrow x = \dfrac{11{,}8}{0{,}77} \Leftrightarrow$ $x = 15{,}3247$. Pour $x = 15$, on n'a pas encore 20 % ; il faut donc prendre $x = 16$ pour que les 20 % soient atteints. On peut obtenir ce résultat graphiquement à l'aide de la droite de régression (voir tns). Le pourcentage de consommation d'énergie provenant de sources renouvelables atteindra donc 20 % en 2020. (Enlever 0,5 point si un candidat répond 2019).		3 pts

a) **See plot below**

	A years	B percentage
=		
1	0	8.5
2	2	9.5
3	4	11
4	6	12.8
5	8	14.3
6	10	16
7		
8		
9		
10		
11		

A1 0



b) To determine Mayer's line we must first find the coordinates of its two "anchor" points

$\mathbf{x1}:=\frac{0+2+4}{3}=2 \quad \mathbf{y1}:=\frac{8.5+9.5+11}{3}=9.67$

$\mathbf{x2}:=\frac{6+8+10}{3}=8 \quad \mathbf{y2}:=\frac{12.8+14.3+16}{3}=14.37$

Hence an equation of Mayer's line is

$y=\frac{\mathbf{y2}-\mathbf{y1}}{\mathbf{x2}-\mathbf{x1}}\cdot(x-\mathbf{x1})+\mathbf{y1} \blacktriangleright \mathbf{y=0.783333\cdot x+8.1}$ or

$\mathbf{y=0.78\cdot x+8.10}$

c) The regression line and the linear correlation coefficient

see spreadsheet →

$y=\mathbf{f1}(x) \blacktriangleright \mathbf{y=0.767\cdot x+8.181}$; $\boldsymbol{r}\mathbf{ = 0.997}$

	...	C	D	E	F
=			=LinRegM		
1	.5	Title	="Linear R		
2	.5	RegEqn	m*x+b		
3	1	m	0.767143		
4	.8	b	8.18095		
5	.3	r²	0.994382		
6	6	r	0.997187		
7		Resid	{0.31904..		
8					
9					
10					
11					
12					
13					

D1 ="Linear Regression (mx+b) "

Linear model $\mathbf{f}(x):=0.77\cdot x+8.2$ ▸ *Done* .

d) **See plot →**

e) **The percentage increases by 0.77 per year.**

f) $\mathbf{f}(2017-2004)=18.21$.

Hence 18% of the energy consumption will come from renewable sources in 2017.

$\text{solve}(\mathbf{f}(x)=20,x)$ ▸ $x=15.3247$

We calculate the percentage for $x=15$ and $x=16$

2019: $\mathbf{f}(15)=19.75$

2020: $\mathbf{f}(16)=20.52$

Prediction:

In 2020 the comsumption of energy from renewable sources reaches 20% .

This result can also be found using a graphical method, see →