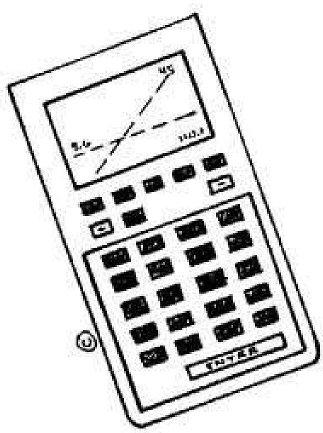
Uccle
Schola Europaea • Bruxelles I

PRÉ-BACCALAURÉAT 2021

PROFESSEURS : M. ALLAUD et **M. BARSAMIAN**

MATHÉMATIQUES 3 PÉRIODES
PARTIE B

DATE : Lundi 1er février 2021



DURÉE DE L'ÉPREUVE :
2 heures (120 minutes)

MATÉRIEL AUTORISÉ :
Calculatrice TI-Nspire en mode "Press-to-test"
Crayon pour les graphiques

REMARQUES PARTICULIÈRES :

- Il est indispensable que les réponses soient accompagnées des explications nécessaires à leur élaboration.
- Les réponses doivent mettre en évidence le raisonnement qui amène aux résultats ou solutions.
- Lorsque des graphes sont utilisés pour trouver une solution, la réponse doit inclure des esquisses de ceux-ci.
- Sauf indication contraire dans la question, la totalité des points ne pourra être attribuée à une réponse correcte en l'absence du raisonnement et des explications qui permettent d'arriver aux résultats ou solutions.
- Lorsqu'une réponse est incorrecte, une partie des points pourra cependant être attribuée lorsqu'une méthode appropriée et/ou une approche correcte ont été utilisées.
- Le sujet comporte 4 exercices obligatoires, pour un total de 60 points.

Exercice B1 — Analyse (10 points)

	Soit les fonctions : $$f(x) = x^3 - 2x^2 + x \quad \text{et} \quad g(x) = 2x^2 - 3x.$$
4 points	a) Esquissez les graphes de ces fonctions et calculez les racines et les extréma de la fonction f.
4 points	b) Les graphes de f et g ont deux points d'intersection. Montrer que les tangentes au graphe de f en ces points sont les droites $$(T) : y = x \quad \text{et} \quad (T') : y = 5x - 8.$$
2 points	c) Calculez l'aire fermée comprise entre les graphes de f et g.

Exercice B2 — Analyse (15 points)

	Le professeur T. Katz a inventé un nouveau piège à souris et a créé une entreprise pour le vendre. Le professeur modélise ces chiffres de vente par la formule : $$S(t) = 1008 \cdot \left(1 - \mathrm{e}^{-0.24t}\right)$$ où $S(t)$ est le nombre total de pièges vendus les t premiers mois.
3 points	a) Calculez le nombre de pièges vendus le premier mois, puis les 12 premiers mois (arrondi à l'unité près).
3 points	b) Calculez le taux d'accroissement après 1 mois, puis après 12 mois.
3 points	c) Expliquez ce que vos résultats du (b) donnent comme information sur les ventes de pièges.
3 points	d) En considérant une limite de la fonction $S(t)$, calculez le nombre maximum de ventes de pièges.
3 points	e) Quand les ventes atteindront-elles les 500 unités ?

Exercice B3 — Probabilités (15 points)

	Un garage automobile est équipé d'un capteur pour vérifier la conformité des gaz d'échappement avec les normes environnementales. On sait que 40% des voitures ne respectent pas les normes requises.
3 points	a) Deux voitures sont testées un jour. Calculez la probabilité qu'au moins l'une d'elles respecte les normes requises.
	b) Un autre jour 20 voitures sont testées.
4 points	i. Justifiez que la variable aléatoire qui compte le nombre de voitures respectant les normes requises suit une loi binomiale et dites ce que calcule l'expression suivante : $$C_{20}^{3} \cdot 0,6^3 \cdot 0,4^{17}$$
3 points	ii. Quelle est la probabilité qu'aucune de ces voitures ne respecte les normes requises ?
3 points	iii. Quelle est la probabilité qu'au moins 10 voitures respectent les normes requises ?
2 points	c) En moyenne 60 voitures sont inspectées chaque semaine. En une semaine, quel est le nombre moyen de voitures respectant les normes requises ?

Exercice B4 — Statistiques (20 points)

<table>
<tr><td></td><td>Un laboratoire a mesuré la puissance (kW) et la consommation (litres pour cent kilomètres) de 7 différents modèles de voitures. Le tableau ci-dessous montre les résultats obtenus :

<table>
<tr><td>x_i : puissance (kW)</td><td>70</td><td>75</td><td>80</td><td>85</td><td>90</td><td>95</td><td>100</td></tr>
<tr><td>y_i : consommation (L/100km)</td><td>8</td><td>10,5</td><td>8,3</td><td>8,8</td><td>9</td><td>9,8</td><td>10</td></tr>
</table>
</td></tr>
<tr><td>2 points</td><td>a) Représenter le nuage de points (x_i, y_i).</td></tr>
<tr><td>4 points</td><td>b) Calculer le coefficient de corrélation linéaire entre x_i et y_i et une équation de la droite de régression de y en x. Ajouter la droite au nuage de points.</td></tr>
<tr><td>3 points</td><td>c) Les points du nuage qui sont situés à plus de 1 L/100 km au-dessus ou en dessous de la droite sont considérés, dans ce cas, comme aberrants. Y a-t-il des points aberrants ? Justifier la réponse.

Pour les questions suivantes, il est décidé de ne pas prendre en compte le modèle de voiture dont la puissance est de 75 kW et de n'utiliser que les données correspondant aux 6 autres modèles restants.</td></tr>
<tr><td>4 points</td><td>d) Un ajustement linéaire entre la puissance et la consommation est-il maintenant justifié ? Déterminer une équation de la nouvelle droite de régression de y en x.</td></tr>
<tr><td>3 points</td><td>e) En utilisant ce modèle, estimer la consommation d'une voiture dont la puissance est 93 kW.</td></tr>
<tr><td>4 points</td><td>f) Estimer la puissance d'une voiture dont la consommation est 8,2 litres pour cent kilomètres.</td></tr>
</table>