

## 1 Cours

Soit  $u$  une suite arithmétique de terme initial  $u_1 = 5$  et de raison 3. Exprimer  $u_n$  en fonction de  $n$ .

## 2 Exercices

### Exercice 1 : Foire aux questions

Les parties A et B sont, dans une large mesure, indépendantes.

Un forum informatique a été créé en janvier 2012. Dans cet exercice, on s'intéresse au nombre de questions posées chaque mois sur ce forum.

#### Partie A - Première modélisation

On a constaté que, chaque mois, on repose 90% des questions posées le mois précédent, et 130 nouvelles questions sont posées chaque mois.

Lors du 1<sup>er</sup> mois d'existence du forum, 300 questions ont été posées.

On désigne par  $v_n$  le nombre de questions, en centaines, posées le  $(n + 1)$ -ième mois d'existence du forum.

1. En quelques phrases, montrer que la suite  $v_n$  est définie par :

$$\begin{cases} v_0 &= 3 \\ v_{n+1} &= 0,9v_n + 1,3 \quad \text{pour tout } n \geq 0 \end{cases}$$

2. Déterminer  $v_1$  et  $v_2$ . Que représentent ces valeurs ?
3. Montrer que la suite  $v$  n'est ni arithmétique, ni géométrique.
4. On définit la suite  $w$  par : pour tout  $n \in \mathbb{N}$ ,  $w_n = v_n - 13$ .
  - (a) Calculer  $w_0$ .
  - (b) Prouver que la suite  $w$  est une suite géométrique dont on déterminera la raison.
  - (c) Exprimer, pour tout  $n \in \mathbb{N}$ ,  $w_n$  en fonction de  $n$ .
  - (d) En déduire que, pour tout  $n \in \mathbb{N}$ , on a  $v_n = 13 - 10 \times 0,9^n$ .
5. Déterminer la plus petite valeur de  $n$  telle que  $v_n > 8,5$ . Justifier.
6. A la fin du 10<sup>e</sup> mois d'existence du forum, combien de questions différentes ont été posées ?

#### Partie B - Une autre modélisation

Le nombre de questions sur le forum pendant les premiers mois permet de penser qu'on peut aussi modéliser son évolution par la suite  $u$  définie par : pour tout  $n \in \mathbb{N}$ ,  $u_n = 9 - 6 \times e^{-0,2n}$ , où  $u_n$  est le nombre de questions, en centaines, posées le  $(n + 1)$ -ième mois d'existence du forum.

1. (a) Calculer  $u_0$ ,  $u_1$  et  $u_2$ .  
(b) Les valeurs trouvées sont-elles cohérentes avec celles de la partie A ?
2. Déterminer la plus petite valeur de  $n$  telle que  $u_n > 8,5$ .

#### Partie C - Application

1. On considère qu'il faut embaucher un nouvel employé si plus de 850 questions sont posées chaque mois. Quand devra-t-on, au plus tôt, faire cette embauche ?
2. A long terme, quelle modélisation donne la meilleure perspective pour le forum (c'est-à-dire celle qui prévoit le maximum de questions mensuelles) ?

## Exercice 2 - Donné par les inspecteurs en 2009

Pour chaque question, une seule des quatre propositions est exacte.

Pour chaque question, une réponse exacte rapporte des points mais une réponse inexacte en enlève. Le candidat peut décider de ne pas répondre à certaines de ces questions : cela ne rapporte aucun point et n'en enlève aucun. Si le total est négatif, la note est ramenée à 0.

**On inscrira sur la copie le numéro et la lettre de la réponse choisie.**

1. On considère la suite arithmétique  $(u_n)$  telle que  $u_1 = 12$  et  $u_3 = 48$

Quelle est la raison de cette suite ?

| a | b  | c  | d  |
|---|----|----|----|
| 2 | 18 | -2 | 12 |

2. On considère la suite arithmétique  $(u_n)$  de premier terme  $u_0 = 14\ 000$  et de raison 100 et la suite géométrique  $(v_n)$  de premier terme  $v_0 = 6\ 500$  et de raison 1,1.

À partir de quelle valeur de  $n$  a-t-on :  $u_n < v_n$  ?

| a | b   | c | d      |
|---|-----|---|--------|
| 9 | 131 | 8 | jamais |

3. On considère la suite  $(u_n)$  définie pour tout entier naturel  $n$  par :  $u_n = 2n + 5$ .

Quelle est la nature de  $(u_n)$  ?

| a                             | b                             | c                              | d                              |
|-------------------------------|-------------------------------|--------------------------------|--------------------------------|
| Suite géométrique de raison 2 | Suite géométrique de raison 5 | Suite arithmétique de raison 2 | Suite arithmétique de raison 5 |