

**Exercice 1 - BTS Informatique & Gestion 2001, Nouvelle-Calédonie**

Une entreprise veut créer un site Internet comportant 5 pages A, B, C, D, E.  
La structure des pages vérifie les conditions suivantes :

- La page A est la page d'accueil et sur chacune des autres pages figure un lien permettant de revenir directement à la page d'accueil.
- Des liens permettent d'aller de la page A à chacune des autres pages, sauf à la page E.
- Un lien permet d'aller de la page B à la page E, et un autre de la page E à la page C.
- Il n'y a pas d'autres liens.

1. Dessiner une représentation du graphe orienté associé au site.
2. Vérifier que la matrice d'adjacence M du graphe est :

$$M = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 1 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 1 & 0 & 0 \end{pmatrix}$$

3. Calculer les deux matrices booléennes  $M^{[2]}$  et  $M^{[3]}$ . Quelle est la signification des « 1 » présents dans la matrice  $M^{[3]}$  ?
4. On admet que la matrice  $M^3 = M \times M \times M$ , où  $\times$  désigne la multiplication des matrices, peut s'écrire

$$M^3 = \begin{pmatrix} 1 & 3 & 4 & 3 & 0 \\ 4 & 1 & 1 & 1 & 1 \\ 3 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 3 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 3 & 1 & 1 & 1 & 1 \end{pmatrix}$$

- (a) Déterminer le nombre de chemins de longueur 3 ayant pour origine B et pour extrémité A. Écrire ces chemins.
- (b) Écrire les trois circuits de longueur 3.

**Exercice 2 - Calculs**

1. Décomposer les nombres suivants en produit de facteurs premiers :

$$a = 437$$

$$b = 32\,200$$

$$c = 67\,375$$

2. Donner l'ensemble des diviseurs de 450.

**Exercice 3 - Congruences**

Zoé sait qu'elle a entre 300 et 400 jetons. Si elle fait des tas de 17 jetons, il lui en reste 9. Si elle fait des tas de 5 jetons, il lui en reste 3. On souhaite savoir combien Zoé a de jetons.

1. Traduire les informations de l'énoncé à l'aide de congruence et d'équations.
2. Donner la liste des nombres de jetons possibles (entre 300 et 400) pour qu'avec les tas de 17 jetons, il lui en reste 9. En déduire le nombre de jetons qu'elle possède.

Et si jamais vraiment vous avez le temps, tournez la page.

#### Exercice 4 - BTS Informatique & Gestion 2007, Métropole

Le graphe  $G$  comporte quatre sommets  $x$ ,  $y$ ,  $z$  et  $t$ .

On donne sa matrice d'adjacence :

$$M = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 1 & 1 \end{pmatrix}$$

1. Choisir la proposition exacte parmi les quatre suivantes :
  - A : Le sommet  $x$  possède exactement deux successeurs ;
  - B : Le chemin  $y - z - x$  est possible ;
  - C : Le chemin  $t - x - z$  est possible ;
  - D : Le sommet  $z$  est un prédécesseur du sommet  $t$ .
2. Choisir la proposition exacte parmi les quatre suivantes :
  - A : Le nombre de chemins de longueur 3 d'origine le sommet  $x$  et d'extrémité le sommet  $z$  est égal à 5 ;
  - B : Le nombre de chemins de longueur 3 d'origine le sommet  $x$  et d'extrémité le sommet  $z$  est égal à 6 ;
  - C : Le nombre de chemins de longueur 3 d'origine le sommet  $x$  et d'extrémité le sommet  $z$  est égal à 7 ;
  - D : Le nombre de chemins de longueur 3 d'origine le sommet  $x$  et d'extrémité le sommet  $z$  est égal à 8.