

Exercice 0 - Restitution Organisée de Connaissances

Donner la formule exprimant la somme $1 + 2 + \dots + n$ (sans ... ni symbole \sum).
Démontrer cette formule.

Exercice 1 - Le sommeil d'Ernest Darling

Certes, l'Homme-Nature conçoit d'étranges idées, outre celle du gorille se frappant la poitrine dans la jungle africaine. Ainsi Ernest Darling me parla de lévitation, et comme je souriais :

- Parfaitement, Monsieur, la lévitation n'est pas un rêve, me dit-il. Imaginez donc cette merveille : s'élever du sol par un simple effort de volonté. Songez donc ! Les astronomes nous rabâchent que notre système solaire se meurt ; qu'à moins d'imprévu, il se refroidira au point de rendre toute vie impossible. Très bien. Ce jour-là, tous les hommes connaissant l'art de la lévitation quitteront cette planète moribonde pour d'autres mondes plus hospitaliers. Comment arriver à la lévitation ? par des jeûnes progressifs. Aussi vrai que je vous le dis, j'en ai fait moi-même l'expérience et je vous affirme que mon corps perdait, en fin de compte, beaucoup de sa densité.

"Cet homme est véritablement toqué", pensais-je.

- Naturellement, ce ne sont là que des hypothèses à moi. Que voulez-vous ? J'aime à méditer sur le magnifique avenir de l'homme. La lévitation est sans doute irréalisable, mais il me plaît de la croire possible.

Un soir, en le voyant bâiller, je lui demandai combien d'heures de sommeil il s'accordait :

- Sept heures. Mais d'ici dix ans je ne dormirai que six heures et, dans vingt ans, cinq heures seulement. Tous les dix ans, je rognai une heure de sommeil par nuit.

- En sorte qu'arrivé à l'âge de cent ans, vous ne dormirez plus du tout.

- Vous y êtes parfaitement. Quand je serai centenaire, je n'aurai plus besoin de sommeil.

Jack London, *La croisière du Snark*

Au moment de cette conversation, quel âge peut bien avoir Ernest Darling ?

Exercice 2 - De la variation à un encadrement.

On considère la suite (u_n) définie pour tout entier naturel n par

$$u_n = \frac{3n^2 + 1}{n^2 + 3}.$$

1. (a) Etudier les variations de la fonction f définie sur $[0; +\infty[$ par $f(x) = \frac{3x^2 + 1}{x^2 + 3}$.
(b) En déduire que la suite (u_n) est strictement croissante.
2. (a) Démontrer que pour tout entier naturel n , $u_n < 3$.
Indication : on pourra démontrer que pour tout entier naturel, $u_n - 3 < 0$
(b) Déterminer un entier naturel N tel que pour tout entier $n \geq N$, $u_n \in]2, 9999; 3[$.

Exercice 3 - Algorithmes

On lâche une balle d'une hauteur de deux mètres. A chaque rebond, la balle perd 10% de sa hauteur. On souhaite déterminer le nombre (minimum) de rebonds à l'issue desquels la hauteur du rebond de la balle sera inférieure à dix centimètres.

Pour cela, expliquer le rôle de chacune des variables de l'algorithme suivant, le compléter, puis répondre à l'interrogation initiale :

Algorithme de l'exercice 3 du DM1.

Variables :

n est un nombre entier.

h est un nombre réel.

Corps de l'algorithme :

```
1  h prend la valeur 200
2  n prend la valeur 0
3  Tant que  $h$ .....
4      n prend la valeur  $n + 1$ 
5      h prend la valeur .....
6  Fin_Bloc_Tant_Que
7  Afficher le message "La balle aura un rebond inférieur à 10cm au bout de "
8  Afficher la variable  $n$ 
9  Afficher le message " rebonds."
```