

Exercice 1 - Algorithme de dichotomie

1. Pour démontrer ce genre de choses, nous allons voir dans le chapitre IV/ Continuité et dérivation qu'il faut utiliser le théorème des valeurs intermédiaires avec stricte monotonie.

On pouvait pour ce devoir maison se contenter du tableau de variations de f , comme en seconde. Le calcul donne $\forall x \in \mathbb{R}, f'(x) = 3x^2 + 2$, ainsi clairement $\forall x \in \mathbb{R}, f'(x) > 0$ donc f est strictement croissante sur \mathbb{R} (donc sur $[0; 1]$).

En regardant le tableau de variations de f sur $[0; 1]$, on s'aperçoit que $f(0) = -2$ et $f(1) = 1$, donc f doit bien passer par 0 pour rejoindre -2 et 1, et une seule fois vu qu'elle est strictement croissante :

$$\boxed{\exists ! x \in]0; 1[\text{ tel que } f(x) = 0}$$

	a	b	m
Ligne 1	0	-	-
Ligne 2	0	1	-
Ligne 4	0	1	0,5
Ligne 6	0,5	1	0,5
Ligne 4	0,5	1	0,75
Ligne 6	0,75	1	0,75
Ligne 4	0,75	1	0,875
2. Ligne 7	0,75	0,875	0,875
Ligne 4	0,75	0,875	0,8125
Ligne 7	0,75	0,8125	0,8125
Ligne 4	0,75	0,8125	0,78125
Ligne 7	0,75	0,78125	0,78125
Ligne 4	0,75	0,78125	0,765625
Ligne 6	0,765625	0,78125	0,765625
Ligne 4	0,765625	0,78125	0,7734375
Ligne 7	0,765625	0,7734375	0,7734375

3. On peut donc en déduire que la solution x_0 de l'équation $f(x) = 0$ vaut $\boxed{x_0 \approx 0,77 \pm 10^{-2}}$ (elle est entre 0,765625 et 0,7734375 donc elle est bien entre 0,76 et 0,78 soit $0,77 \pm 10^{-2}$)

Exercice 2 - Symbole somme

1. On reconnaît que chaque terme de la somme S est le carré d'un nombre entier. On débute avec le carré de 1, puis de 2, etc. pour finir par celui de 14.

$$\text{Ainsi } S = 1 + 4 + 9 + \dots + 196 = \sum_{k=1}^{14} k^2.$$

2. Il suffit donc de saisir $\boxed{N = 14}$ pour que l'algorithme affiche la somme S .
3. L'algorithme précédent calculait à chaque itération de la boucle une somme, et il fallait débiter à 0. Ici, on veut calculer un gros produit, donc on va calculer à chaque itération un produit, et débiter à 1.

Algorithme exercice 2 question 3.

Variables :
 N, I et P sont trois nombres entiers.

Corps de l'algorithme :

- 1 Afficher "Donnez-moi un entier positif : "
- 2 Saisir N
- 3 $P \leftarrow 1$
- 4 Pour I allant de 1 à N
- 5 $P \leftarrow P \times I$
- 6 Fin du Pour
- 7 Afficher la variable P