

On accordera une attention particulière, à ce devoir comme à tous les autres, à l'orthographe, la présentation et la rédaction des réponses.

1 Restitution organisée de connaissances

- Soient $l \in \mathbb{R}$ et u une suite croissante convergente vers l .
Démontrer que tous les termes de u sont inférieurs ou égaux à l .
- Soit v une suite croissante et non majorée. Que peut-on dire de la limite éventuelle de v ?

2 Commun à tous les élèves

Dans cet exercice, les fonctions a , b et c sont définies sur l'ensemble des réels sur lequel leur expression a un sens.

- On pose $a(x) = x^3 - x^4$. Que vaut $\lim_{x \rightarrow +\infty} a(x)$?
- On pose $b(x) = \sqrt{x^2 - x}$. Que vaut $\lim_{x \rightarrow -\infty} b(x)$? Que vaut D_b ?
- On pose $c(x) = \frac{-2x^2 + x + 3}{x^2 + x - 2}$. Déterminer l'asymptote horizontale à \mathcal{C}_c et préciser la position de cette droite par rapport à \mathcal{C}_c .

3 Choisir entre les deux sous-parties

3.1 Niveau de difficulté normale

- Proposer l'expression $d(x)$ d'une fonction d dont la courbe \mathcal{C}_d admet comme asymptotes les droites d'équation $y = 3$ et $x = 1$.
- On pose $e(x) = \frac{\sin(x)}{x^2 - 1}$. Que valent $\lim_{x \rightarrow +\infty} e(x)$ et $\lim_{x \rightarrow 1} e(x)$?

3.2 Niveau de difficulté améliorée

- On définit f sur $]3; +\infty[$ par $f(x) = \sin\left(\frac{1}{x-3}\right)$. Etudier les limites de f aux bornes de son ensemble de définition.
- On définit g sur $\mathbb{R} \setminus \{1\}$ par $g(x) = \frac{\sqrt{x+3} - 2}{x-1}$. Etudier la limite de g en 1.