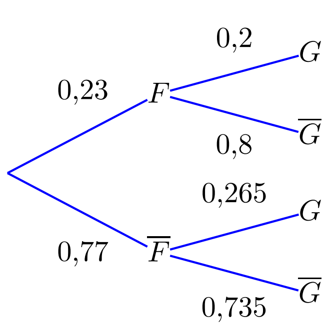
Exercice 1 : Questionnaire à Choix Multiples (QCM) **6 points**

1. On effectue une remise de 45% ; le nouveau prix, en euros, est donc égal à $25-25\times45\% = 25\times(1-45\%) = 25\times(1-0,45) = 25\times0,55$ $\boxed{\text{réponse a}}$. On pouvait le voir plus rapidement en disant que le nouveau prix, c'est l'ancien prix multiplié par $(1+taux)$. Ici on a une remise, donc un taux négatif égal à -45%.
2. Après la hausse, le prix est plus élevé qu'originellement. Plus la quantité est grande, plus 16% de cette quantité est grand. Donc la baisse sera plus conséquente que la hausse : ainsi quand on applique une réduction de 16% après, cela fait baisser le prix en-dessous du prix originel $\boxed{\text{réponse c}}$
   On pouvait aussi s'en apercevoir en choisissant un prix et en effectuant les évolutions. Si le prix de départ est de 100€ : 16% de ce prix donne 16€ donc après la hausse le prix est de 116€. 16% de 116€ donne 18.56€ donc le prix après la baisse est de 97.44€.
3. Entre u_1 et u_3 il y a 2 pas de calcul à faire, donc on a ajouté deux fois la raison. Ainsi $48-12 = 2\times raison$ et donc la raison vaut 18 $\boxed{\text{réponse b}}$
   On pouvait aussi utiliser la formule $u_n = u_1 + (n-1)\times raison$, ici avec $n = 3$.
4. (u_n) est arithmétique, donc $u_n = u_0 + n\times raison$. Ainsi $u_n = 14\ 000 + n\times100$.
   (v_n) est géométrique, donc $v_n = v_0 \times raison^n$ Ainsi $v_n = 6\ 500\times1.1^n$.
   On sait que (v_n) est croissante (car $1.1 > 0$), et on a vu qu'alors elle finirait forcément par dépasser (u_n) car une suite géométrique croissante finit toujours par dépasser une suite arithmétique.
   On va donc regarder en 8, en 9 et en 131 et regarder où (v_n) est plus grande que (u_n).
   $u_8 = 14800 > 13933 \approx v_8$; $u_9 = 14900 < 15326 \approx v_9$. Ainsi c'est en 9 $\boxed{\text{réponse a}}$.
5. Le terme général s'écrit $u_n = 2n+5$. C'est donc de la forme $u_0 + n\times raison$ donc c'est une suite arithmétique de raison 2 $\boxed{\text{réponse c}}$.
6. Ce n'est pas la réponse a : effectivement si on la recopie vers le bas, cela donnera toujours le même résultat. On va donc utiliser la cellule B2 qui donne le nombre de bactéries à l'heure précédente.
   Il faut ensuite à chaque fois qu'on multiplie par la case E1. Si on rentre "=B2*E1", en recopiant vers le bas cela va donner "=B3*E2". Horreur et damnation ! On veut conserver E1, et pas E2. Ainsi, il faut mettre un dollar devant le 1 de E1 pour ne pas qu'il bouge quand on recopie vers le bas. La bonne réponse est donc la $\boxed{\text{réponse d}}$
   Note : la réponse c était acceptable également, même si le dollar devant le E ne servait pas ici, puisqu'on ne fait aucune recopie horizontale.

Exercice 3 : Allergies alimentaires **7 points**

1. L'arbre nous apprend que $p(F) = 0,23$ ainsi $p(\overline{F}) = 1 - p(F) = \boxed{0,77}$.
2. $F\cap G$: « l'enfant est allergique aux fruits secs et au gluten »
   Sur l'arbre, $F\cap G$ correspond à la branche tout en haut. Ainsi $p(F\cap G) = 0,23\times0,2 = \boxed{0,046}$
3. (a) L'évènement G est constitué des évènements élémentaires $F\cap G$ et $\overline{F}\cap G$. On nous demande justement dans la question $p(\overline{F}\cap G)$ en nous donnant $p(G)$.
   On peut ainsi conclure que $p(G) = p(F\cap G) + p(\overline{F}\cap G)$ donc $0,25 = 0,046 + p(\overline{F}\cap G)$ soit exactement $\boxed{p(\overline{F}\cap G) = 0,204}$.
   (b) On sait que $p_B(A) = \frac{p(A\cap B)}{p(B)}$. Ici on applique la formule à $A = G$ et $B = \overline{F}$ et on trouve donc
   $p_{\overline{F}}(G) = \frac{p(\overline{F}\cap G)}{p(\overline{F})} = \frac{0,204}{0,77} \approx \boxed{0,265}$ (arrondi au millième)
4. 

5.

Nombre d'enfants	Allergiques au gluten	Non allergiques au gluten	Total
Allergiques aux fruits secs	368	1 472	1 840
Non allergiques aux fruits secs	1 632	4 528	6 160
Total	2 000	6 000	8 000

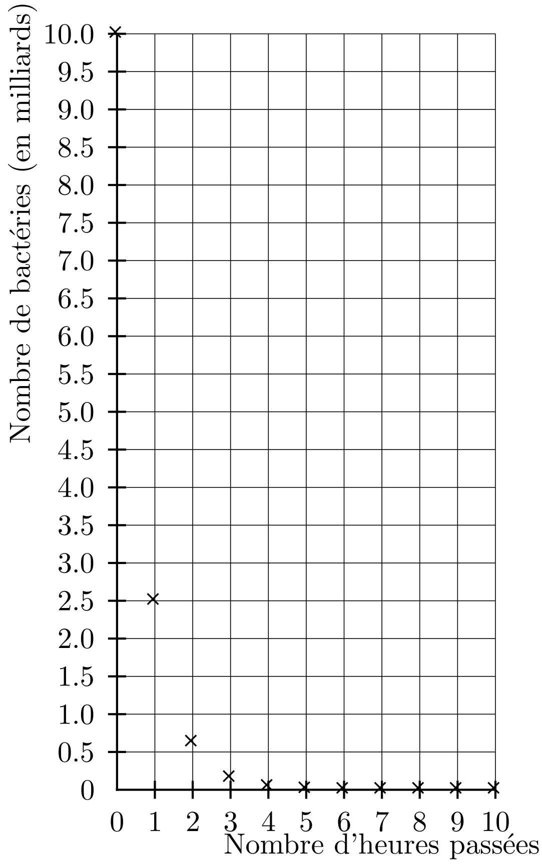
Exercice 2 : Antibiotique **7 points**

Partie A

1. En B3 on va rentrer $\boxed{=B2/4}$.
2. (a) Du coup en B18 on a la formule $\boxed{=B17/4}$.
   (b) La valeur de cette cellule correspond au nombre de cellules dans la culture 16 heures après l'introduction de l'antibiotique.

Partie B

1. Puisque chaque heure le nombre de bactéries est divisé par 4, on a $\boxed{u_{n+1} = u_n/4}$.
2. On vient de montrer qu'on passe de n'importe quel terme de la suite au suivant en multipliant toujours par le même nombre, $\frac{1}{4} = 0,25$. Ainsi, $\boxed{\text{la suite } (u_n)_{n\in\mathbb{N}} \text{ est géométrique de raison } 0,25}$.
   Son premier terme est $\boxed{u_0 = 10\ 000\ 000\ 000}$.
3. On peut donc écrire $u_n = u_0 \times raison^n = \boxed{10\ 000\ 000\ 000 \times 0,25^n}$.
4. Nombre de bactéries en fonction du nombre d'heures après injection de l'antibiotique :



5. On veut trouver la première valeur de n pour laquelle $10\ 000\ 000\ 000 \times 0,25^n \leq 100$. On peut regarder à la calculatrice avec le tableau de valeurs (ou en comptant combien de fois on doit diviser par 4 pour trouver moins de 100). Ou à l'aide du logarithme (soit tout de suite, soit diviser en premier).

   <u>Méthode 1 :</u>

$$
\begin{array}{rcll}
10\ 000\ 000\ 000 \times 0,25^n & \leq & 100 & \\
log(10\ 000\ 000\ 000 \times 0,25^n) & \leq & log(100) & \text{On "passe au logarithme"} \\
log(10\ 000\ 000\ 000) + log(0,25^n) & \leq & log(100) & log(a \times b) = log(a) + log(b) \\
log(10\ 000\ 000\ 000) + n \times log(0,25) & \leq & log(100) & log(a^x) = x \times log(a) \\
n \times log(0,25) & \leq & log(100) - log(10\ 000\ 000\ 000) & -log(10\ 000\ 000\ 000) \\
n & \geq & \frac{log(100) - log(10\ 000\ 000\ 000)}{log(0,25)} & \div log(0,25)
\end{array}
$$

   Attention, dans la division $log(0,25)$ est un nombre négatif donc on change le sens de l'inégalité !

   <u>Méthode 2 :</u>

$$
\begin{array}{rcll}
10\ 000\ 000\ 000 \times 0,25^n & \leq & 100 & \\
0,25^n & \leq & \frac{100}{10\ 000\ 000\ 000} & \div 10\ 000\ 000\ 000 \\
log(0,25^n) & \leq & log(\frac{1}{100\ 000\ 000}) & \text{On "passe au logarithme"} \\
n \times log(0,25) & \leq & log(\frac{1}{100\ 000\ 000}) & log(a^x) = x \times log(a) \\
n & \geq & \frac{log(\frac{1}{100\ 000\ 000})}{log(0,25)} & \div log(0,25)
\end{array}
$$

   <u>Conclusion :</u> Le plus petit entier plus grand que $\frac{log(100) - log(10\ 000\ 000\ 000)}{log(0,25)}$ est 14. Ainsi,
   $\boxed{\text{le nombre de bactéries devient inférieur à 100 au bout de 14 heures}}$.