Exercice 1 : Questionnaire à Choix Multiples (QCM) — 3 points

1. Afin de trouver une bonne écriture du nombre A, on pouvait rentrer l'expression dans la calculatrice, c'est à dire taper $(3 \times 10 \wedge 6 - 0.25 \times 10 \wedge 5)/0.25$ La calculatrice affichait alors 11900000 soit la $\boxed{\text{réponse b}}$.
   Il est donc très important de ne pas oublier les parenthèses, sinon la calculatrice affichait la réponse a.
2. On sait que $log(x^y) = y \times log(x)$. Ainsi $log(a^2) = 2 \times log(a) = log(a) + log(a)$ $\boxed{\text{réponse a}}$.
   La réponse b est une autre écriture donc de $log(2^a)$, et la réponse c est une autre écriture de $(log(a))^2$.
3. La fonction f est exponentielle. $0,10 < 1$ donc f est toujours décroissante. Ce n'est pas la réponse a.
   Si on prend un nombre $x < 0$, alors $f(x) > 0,10$. Ce n'est pas la réponse c.
   C'est la $\boxed{\text{réponse b}}$: un nombre positif élevé à n'importe quelle puissance donnera toujours un nombre positif.

Exercice 2 : Rejet de médicaments — 7 points

Partie A

1. Le taux d'évolution se calcule par $\frac{v_F - v_I}{v_I}$. Entre janvier et février, cela donne donc $\frac{med_{fevrier} - med_{janvier}}{med_{janvier}} = \frac{870-875}{875} \approx \boxed{-0,006 \text{ soit } -0,6\%}$
2. On connait la quantité de médicaments rejetés en février (870) ainsi que le taux d'évolution entre février et mars (+1,2%). On en déduit donc : $med_{mars} = med_{fevrier} \times (1 + taux_{fevrier/mars}) = 870 \times (1 + 1,2\%) = 870 \times (1,012) \approx \boxed{880}$
   Si on a oublié la formule, on peut repasser par le produit en croix : $\begin{array}{ccc} 870 & \Leftrightarrow & 100\% \\ ? & \Leftrightarrow & 1,2\% \end{array}$
   Ainsi l'augmentation est de $\frac{870 \times 1,2}{100} \approx 10$ médicaments. En mars on a donc 10 médicaments rejetés en plus qu'en février soit 880 en tout.
3. Cette fois-ci on ne peut pas utiliser le nombre de médicaments d'avril pour calculer le nombre de médicaments de mai. Effectivement on n'a pas le taux d'évolution avril/mai (on n'a pas non plus le nombre de médicaments d'avril mais on peut l'avoir grâce au taux mars/avril).
   Il va donc falloir utiliser le nombre de médicaments de juin ainsi que le taux mai/juin.

$$\begin{array}{rcll} med_{juin} & = & med_{mai} \times (1 + taux_{mai/juin}) & \\ & & & \text{On remplace les valeurs connues} \\ 876 & = & med_{mai} \times (1 + 1,9\%) & \\ & & & \text{On simplifie dans la parenthèse} \\ 876 & = & med_{mai} \times (1,019) & \\ & & & \text{On divise par } 1,019 \text{ de chaque côté} \\ \frac{876}{1,019} & = & med_{mai} & \\ & & & \text{On donne une valeur approchée à l'unité} \\ \boxed{860} & \approx & med_{mai} & \end{array}$$

Partie B

1. Pour calculer u_1, on peut s'aider d'un produit en croix : $\begin{array}{ccc} 18\ 100 & \Leftrightarrow & 100\% \\ ? & \Leftrightarrow & 3\% \end{array}$
   Ainsi la diminution est de $\frac{18\ 100 \times 3}{100} = 543$ médicaments. En 1991 on a donc 543 médicaments rejetés en moins qu'en 1990 soit $\boxed{17557}$ en tout.
   Même méthode pour calculer u_2 : $\begin{array}{ccc} 17\ 557 & \Leftrightarrow & 100\% \\ ? & \Leftrightarrow & 3\% \end{array}$
   Ainsi la diminution est de $\frac{17\ 557 \times 3}{100} \approx 527$ médicaments. En 1992 on a donc 527 médicaments rejetés en moins qu'en 1991 soit $\boxed{17030}$ en tout.
2. Chaque année, le nombre de médicaments rejetés diminue de 3%. Nous allons démontrer que la suite (u_n) est géométrique de raison $0,97$.
   Pour ce faire, considérons u_n, le nombre de médicaments rejetés en $(1990 + n)$, et trouvons u_{n+1} en fonction de u_n. Il y a une diminution de 3% entre les deux valeurs, ainsi $u_{n+1} = u_n - 3\% \times u_n$.
   Nous pouvons réécrire cela $u_{n+1} = u_n \times (1 - 3\%) = u_n \times (1 - 0,03) = u_n \times 0,97$. Ainsi, on passe de n'importe quel terme de la suite au suivant en multipliant par $0,97$. Nous venons de prouver que $\boxed{\text{la suite } (u_n) \text{ est géométrique de raison } 0,97}$.
   La raison est de $0,97$, et est donc strictement plus petite que 1. Ainsi, $\boxed{\text{la suite } (u_n) \text{ est décroissante}}$.

3. (a) On a déjà démontré que $\boxed{u_{n+1} = u_n \times 0,97}$

   (b) Puisque nous avons une suite géométrique, nous pouvons écrire que, pour tout entier positif n : $u_n = u_0 \times (raison)^n$. Dans le cas qui nous intéresse, cela donne ainsi $\boxed{u_n = 18\ 100 \times 0,97^n}$.

4. (a) Résolvons cette inéquation à l'aide du logarithme (soit tout de suite, soit diviser en premier).

   <u>Méthode 1 :</u>

$$\begin{array}{rcll}
18\ 100 \times 0,97^x & \leq & 9\ 000 & \\
 & & & \text{On "passe au logarithme"} \\
log(18\ 100 \times 0,97^x) & \leq & log(9\ 000) & \\
 & & & log(a \times b) = log(a) + log(b) \\
log(18\ 100) + log(0,97^x) & \leq & log(9\ 000) & \\
 & & & log(a^x) = x \times log(a) \\
log(18\ 100) + x \times log(0,97) & \leq & log(9\ 000) & \\
 & & & -log(18\ 100) \\
x \times log(0,97) & \leq & log(9\ 000) - log(18\ 100) & \\
 & & & \div log(0,97) \\
x & \geq & \frac{log(9\ 000) - log(18\ 100)}{log(0,97)} &
\end{array}$$

   Attention, dans la division $log(0,97)$ est un nombre négatif donc on change le sens de l'inégalité !

   <u>Méthode 2 :</u>

$$\begin{array}{rcll}
18\ 100 \times 0,97^x & \leq & 9\ 000 & \\
 & & & \div 18\ 100 \\
0,97^x & \leq & \frac{9\ 000}{18\ 100} & \\
 & & & \text{On "passe au logarithme"} \\
log(0,97^x) & \leq & log(\frac{90}{181}) & \\
 & & & log(a^x) = x \times log(a) \\
x \times log(0,97) & \leq & log(\frac{90}{181}) & \\
 & & & \div log(0,97) \\
x & \geq & \frac{log(\frac{90}{181})}{log(0,97)} &
\end{array}$$

   <u>Conclusion :</u> L'ensemble des solutions est donc $\boxed{[\frac{log(9\ 000) - log(18\ 100)}{log(0,97)}; +\infty[}$

   (b) Le premier entier plus grand que $\frac{log(9\ 000) - log(18\ 100)}{log(0,97)}$ est 23. Cela correspond à l'année $1990 + 23 = 2013$. Ainsi, $\boxed{\text{à partir de 2013 le nombre de médicaments rejetés par l'entreprise sera inférieur à 9 000.}}$

5. Nombre de médicaments rejetés entre 1990 et 2015 :