Exercise 1 Calc. : ✓

partie a

Soit la fonction f définie pour tout x élément de l'intervalle $[0;+\infty[$ par : $f(x) = \dfrac{20}{1+15\mathrm{e}^{-0,4x}}$.
On admet que la fonction f est dérivable sur cet intervalle.

1. Déterminer la limite de la fonction f en $+\infty$.

   Interpréter graphiquement le résultat.

2. Démontrer que la fonction f est croissante sur l'intervalle $[0;+\infty[$.

partie b

La fonction f modélise sur l'intervalle $[0;14]$ la fonction coût total de production, en euro, d'un produit. Sa représentation graphique sur cet intervalle, notée Γ, est donnée en ANNEXE 1 **(à rendre avec la copie)**.
Pour une quantité de produit q, exprimée en tonnes et comprise entre 0 et 14, on pose donc : $f(q) = \dfrac{20}{1+15\mathrm{e}^{-0,4q}}$.
Pour tout q dans l'intervalle $]0;14]$, le quotient $\dfrac{f(q)}{q}$ est appelé coût moyen de production de q tonnes de produit.

1. Pour q dans l'intervalle $]0;14]$, soit Q le point d'abscisse q de la représentation graphique Γ de la fonction f.

   Montrer que le coefficient directeur de la droite $(\mathrm{O}Q)$ est égal au coût moyen $\dfrac{f(q)}{q}$.

2. L'entreprise cherche à minimiser le coût moyen de production.

   Par lecture graphique indiquer la valeur de q qui réalise ce minimum et la valeur de ce minimum.

ANNEXE 1

À rendre avec la copie