**Exercise 1** Calc. : ✗

| | |
|---|---|
| **Déterminer** les solutions complexes de l'équation $z^2 = 3i$. **Donner** les réponses sous la forme $z = re^{i\theta}$ où $\theta \in ]-\pi, +\pi]$. | 5 marks |

**Exercise 2** Calc. : ✗

| | |
|---|---|
| Find a complex number $z$ that is a cube root of $-8i$ and a fourth root of $-8-8i\sqrt{3}$. | 5 marks |

**Exercise 3** Calc. : ✓

1. Let the complex number $w = \frac{1}{4} + \frac{1}{4}\mathrm{i}$.
   - (a) Write $w$ in exponential form. — 2 marks
   - (b) Determine the values of the natural number $n$ for which $w^n$ is a real number. — 3 marks
2. For any natural number $n$, we note $M_n$ the affix point $z_n$ defined by:

$$\begin{cases} z_0 = 1 \\ z_{n+1} = \left(\frac{1}{4} + \frac{1}{4}\mathrm{i}\right) \cdot z_n, \quad n \in \mathbb{N} \end{cases}$$

   - (a) Calculate $z_1$ and $z_2$, then place in the complex plane the points $M_0$, $M_1$, $M_2$ (graphical unit: 4 cm). — 2 marks
   - (b) Let $r$ be the sequence defined, for any natural number $n$, by $r_n = |z_n|$. — 3 marks
     Show that the sequence $r$ is geometric with commonality $\frac{\sqrt{2}}{4}$.
     Deduce an expression of $r_n$ as a function of $n$.
   - (c) We assume that for any natural number $n$, $z_n = r_n e^{\frac{in\pi}{4}}$. — 1 mark
     Under what condition does the point $M_n$ belong to the real axis?
   - (d) Describe the precise position of the point $M_{10}$ which represents $z_{10}$ in the complex plane. — 2 marks

**Exercise 4** Calc. : ✗

In the complex plane, show that the set of points M with affix $z$ checking equality: — 5 marks

$$|z - 1 - 3\mathrm{i}| = |z + 2 - 3\mathrm{i}|$$

is a straight line for which we give an equation.

**Exercise 5** Calc. : ✗

Résoudre dans $\mathbb{C}$ les équations suivantes :
Les solutions seront exprimées sous forme algébrique ($a + \mathrm{i}b$, $a$ et $b$ réels).

1. $2\mathrm{i}z - 7 - 5\mathrm{i} = 3\mathrm{i} - z$ — 4 marks
2. $z + 2\overline{z} = 8 + \mathrm{i}$ — 4 marks

**Exercise 6** Calc. : ✓

1. Dans $\mathbb{C}$, on considère l'équation (E) : $z^2 + 6z + 25 = 0$
   - (a) Déterminer les solutions de l'équation (E). — 2 marks
   - (b) Donner l'écriture algébrique des nombres complexes suivants : — 2 marks

$$(1 + 2\mathrm{i})^2 \quad \text{et} \quad (1 - 2\mathrm{i})^2$$

   - (c) En déduire les solutions de l'équation : $z^4 + 6z^2 + 25 = 0$. — 2 marks
2. Pour tout nombre complexe $z$, on pose $A = z^2 - 8 + \overline{z}^2$.
   On note $x$ et $y$ les parties réelle et imaginaire du nombre $z$.
   - (a) Exprimer $A$ en fonction de $x$ et $y$ et interpréter la nature de $A$. — 2 marks
   - (b) Calculer $A$ pour $z = -3 + \mathrm{i}\sqrt{5}$. — 2 marks