

Exercice 1

Calc. : ✓

Tom et Simon jouent à un jeu de société. Chaque fois que Tom parvient à déplacer son pion d'un tour complet sur le plateau, il obtient 5 points. Chaque fois que Simon réussit à déplacer son pion d'un tour complet sur le plateau, il obtient 10% de la quantité précédente. Ils commencent tous les deux avec 10 points.

- 1. **Calculer** le score total de Tom après avoir fait 20 fois le tour du plateau. 2 marks
- 2. **Écrire** en fonction de n , l'expression de $T(n)$ donnant le score de Tom après n déplacements d'un tour sur le plateau. 2 marks
- 3. Si l'on suppose que le score de Simon après n tours autour du plateau peut être modélisé par une suite géométrique, **expliquer** l'utilisation de la formule : 2 marks

$$S(n) = 11 \cdot 1,1^{n-1}$$

- 4. Simon et Tom ont fait le même nombre de fois le tour du plateau. Le score de Simon vient de dépasser celui de Tom.
Trouver combien de fois ils ont fait le tour du plateau. 3 marks

Tom défie Simon à un jeu de dés. Deux dés à six faces sont lancés et la somme des scores est notée. Pour une somme inférieure à 6 Simon reçoit 10 centimes, pour une somme comprise entre 6 et 9, Simon perd 5 centimes et pour une somme supérieure ou égale à 10, Simon reçoit 30 centimes. Les gains sont déterminés par la distribution de probabilité ci-dessous, où la variable aléatoire N est la somme des scores.

N	$n < 6$	$6 \leq n \leq 9$	$n \geq 10$
Gains n	10 centimes	-5 centimes	30 centimes
$P(N = n)$	a	$\frac{20}{36}$	b

- 5. **Montrer** que $a = \frac{10}{36}$ et $b = \frac{6}{36}$. 2 marks
- 6. **Calculer** l'espérance des gains de Simon dans ce jeu et dites si cela vaut la peine que Simon y joue. 2 marks
- 7. Un jeu est dit équitable si l'espérance des gains est égale à 0.
Déterminer combien de centimes doivent être perdus pour une somme comprise entre 6 et 9 afin que ce jeu soit équitable. 2 marks

Exercise 2

Calc. : ✓

Tom and Simon play a board game. Each time Tom manages to move his piece around the board he gets 5 points. Each time Simon manages to move his piece around the board he gets 10% of the previous amount. They both start with 10 points.

- 1. **Calculate** Tom's total score after moving around the board 20 times. 2 marks
- 2. **Write** in terms of n the formula $T(n)$ for Tom's score after n moves around the board. 2 marks
- 3. If you know that Simon's score after n moves around the board could be modelled with a geometric sequence, **explain** the use of the formula: 2 marks

$$S(n) = 11 \cdot 1.1^{n-1}$$

- 4. Simon and Tom have been around the board the same number of times. Simon's score has just moved ahead of Tom's. 3 marks
Find how many times have they been around the board.

Tom challenges Simon to a dice game. Two fair six-sided die are rolled and the sum of scores is noted. For a sum less than 6 Simon receives 10 cents, for a sum between 6 and 9 Simon loses 5 cents, and for the sum bigger or equal 10 Simon receives 30 cents. The winnings are governed by the probability distribution shown below, where the random variable N is the sum of scores.

N	$n < 6$	$6 \leq n \leq 9$	$n \geq 10$
Winnings n	10 cents	-5 cents	30 cents
$P(N = n)$	a	$\frac{20}{36}$	b

- 5. **Show**, that $a = \frac{10}{36}$ and $b = \frac{6}{36}$. 2 marks
- 6. **Calculate** the expected value of Simon's winnings in this game and comment if it is worth Simon playing. 2 marks
- 7. A game is said to be fair if the expected value is 0. 2 marks
Determine how many cents should be lost for the sum between 6 and 9 to make this game fair.

Exercise 3

Calc. : ✓

Tom und Simon spielen ein Brettspiel. Jedes Mal, wenn es Tom gelingt, seine Figur über eine ganze Runde auf dem Brett zu bewegen, erhält er 5 Punkte. Jedes Mal, wenn Simon es schafft, seine Figur eine ganze Runde über das Brett zu bewegen, erhält er 10% des vorherigen Betrags. Sie beginnen beide mit 10 Punkten.

- 1. **Berechnen** Sie Toms Gesamtpunktzahl, nachdem er sich 20 Mal um das Brett bewegt hat. 2 marks
- 2. **Schreiben** Sie in Abhängigkeit von n die Formel $T(n)$ für Toms Punktestand nach n Zügen um das Brett. 2 marks
- 3. Wenn gewusst ist, dass Simons Punktestand nach n Zügen um das Brett mit einer geometrischen Folge modelliert werden könnte, **erklären** Sie die Verwendung der Formel: 2 marks

$$S(n) = 11 \cdot 1,1^{n-1}$$

- 4. Simon und Tom haben das Brett gleich oft umrundet. Simons Punktestand hat sich gerade vor den von Tom geschoben. **Finden** Sie heraus, wie oft sie schon mit der Figur ganze Runden auf dem Brett gedreht haben. 3 marks

Tom fordert Simon zu einem Würfelspiel heraus. Zwei faire sechsseitige Würfel werden geworfen und die Summe der Punkte notiert. Für eine Summe kleiner als 6 erhält Simon 10 Cent, für eine Summe zwischen 6 und 9 verliert Simon 5 Cent, und für eine Summe größer oder gleich 10 erhält Simon 30 Cent. Der Gewinn unterliegt der unten dargestellten Wahrscheinlichkeitsverteilung, wobei die Zufallsvariable N die Summe der Punkte ist.

N	$n < 6$	$6 \leq n \leq 9$	$n \geq 10$
Gewinne n	10 Cent	-5 Cent	30 Cent
$P(N = n)$	a	$\frac{20}{36}$	b

- 5. **Zeigen** Sie, dass $a = \frac{10}{36}$ und $b = \frac{6}{36}$. 2 marks
- 6. **Berechnen** Sie den Erwartungswert von Simons Gewinnen in diesem Spiel und kommentieren Sie, ob es sich für Simon lohnt, zu spielen. 2 marks
- 7. Ein Spiel wird als fair bezeichnet, wenn der Erwartungswert 0 ist. 2 marks
Bestimmen Sie, wie viele Cents für die Summe zwischen 6 und 9 verloren gehen müssen, damit das Spiel fair ist.

Exercise 4

Calc. : ✓

Tom ja Simon pelaavat lautapeliä. Aina kun Tom onnistuu liikuttamaan pelinappulaansa kerran pelilaudan ympäri, hän saa 5 pistettä. Aina kun Tom onnistuu liikuttamaan pelinappulaansa kerran laudan ympäri, hän saa 10% kaikista siihen mennessä keräämistään pisteistä. Molemmilla on aluksi 10 pistettä.

- 1. Laske Tomin pistemäärä, kun hän on liikkunut 20 kertaa laudan ympäri. 2 marks
- 2. Kirjoita lauseke Tomin pistemäärälle $n : n$ funktiona ($T(n)$), kun Tom on liikkunut n kertaa laudan ympäri. 2 marks
- 3. Selitä, miksi Simonin pisteet voidaan ilmaista seuraavalla lausekkeella (kun Simon on liikkunut n kertaa laudan ympäri): 2 marks

$$S(n) = 11 \cdot 1.1^{n-1}$$

- 4. Simon ja Tom ovat menneet yhtä monta kierrosta laudan ympäri ja Simonin pistemäärä on juuri mennyt ohi Tomin pistemäärästä. 3 marks
Laske, kuinka monta kierrosta he ovat päässeet silloin laudan ympäri.

Tom haastaa Simonin noppapeliin. Kahta painottamatonta 6-tahkoista noppaa heitetään samaan aikaan ja lasketaan niiden silmälukujen summa. Jos summa on alle 6, Simon saa 10 senttiä. Jos summa on 6–9, Simon häviää 5 senttiä. Jos summa on vähintään 10, Simon saa 30 senttiä. Voittosummien todennäköisyydet on esitetty alla olevassa taulukossa, jossa N on silmälukujen summa.

N	$n < 6$	$6 \leq n \leq 9$	$n \geq 10$
Voittosumma n	10 senttiä	-5 senttiä	30 senttiä
$P(N = n)$	a	$\frac{20}{36}$	b

- 5. Näytä, että $a = \frac{10}{36}$ ja $b = \frac{6}{36}$. 2 marks
- 6. Laske Simonin voiton odotusarvo tässä pelissä ja kommentoi, onko Simonin kannattavaa pelata. 2 marks
- 7. Sanotaan, että peli on reilu, jos voiton odotusarvo on 0. 2 marks
Määritä, kuinka monta senttiä pitäisi häviön olla silloin, kun silmälukujen summa on 6–9, jotta peli olisi reilu.