Exercise 1 Calc. : ✗

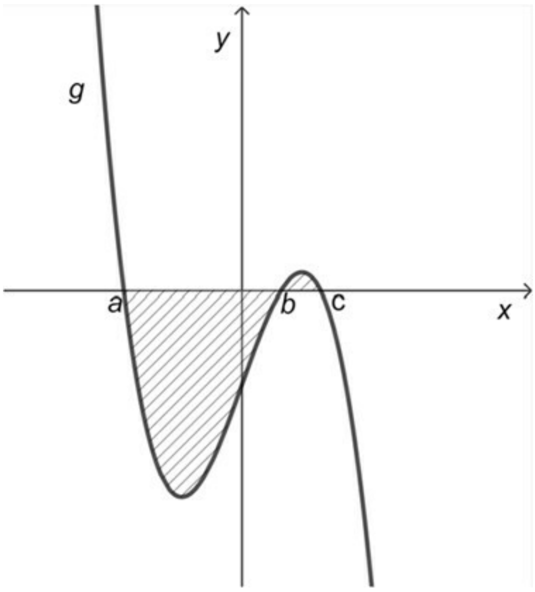
On considère la fonction f définie par

$$f(x) = 2x^3 - 9x^2 + 45.$$

Déterminer les coordonnées des points associés aux extrema de la fonction f et **préciser** la nature de ces derniers. — 5 marks

Exercise 2 Calc. : ✗

Le diagramme ci-dessous montre le graphique d'une fonction g.



Préciser pour chacune des expressions suivantes si elle représente l'aire de la surface hachurée. **Justifier** la réponse. — 5 marks

a) $\displaystyle\int_a^c g(x)\,\mathrm{d}x$

b) $\displaystyle\int_a^b g(x)\,\mathrm{d}x + \int_b^c g(x)\,\mathrm{d}x$

c) $\displaystyle\left|\int_a^c g(x)\,\mathrm{d}x\right|$

d) $\displaystyle -\int_a^b g(x)\,\mathrm{d}x + \int_b^c g(x)\,\mathrm{d}x$

Exercise 3 Calc. : ✗

Une voiture roule sur une route horizontale et la distance depuis le point de départ est observée sur une période de 8 secondes, débutant à $t = 4$ secondes.
La distance est donnée par la fonction d définie par

$$d(t) = \frac{1}{4}t^3 - 2t^2 + 5t + 3 \qquad \text{avec } t \in [4; 12],$$

où t est le temps exprimé en secondes, et $d(t)$ est exprimée en mètres.

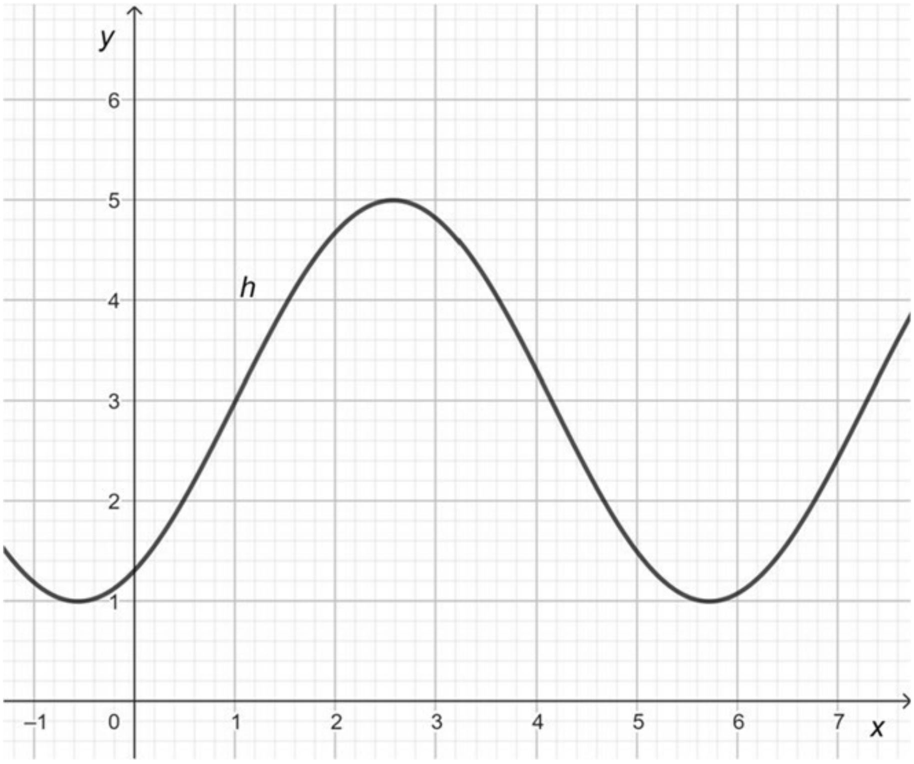
a) **Montrer** qu'au début de l'observation, la voiture est à 7 mètres du point de départ. — 1 mark

b) **Déterminer** la vitesse moyenne de la voiture dans la période comprise entre 4 secondes et 10 secondes. — 2 marks

c) **Déterminer** la vitesse instantanée de la voiture au temps $t = 10$ secondes. — 2 marks

Exercise 4 Calc. : ✗

Le diagramme ci-dessous montre le graphique d'une fonction sinusoïdale h de période 2π.



Déterminer $h(x)$. — 5 marks

Exercise 5 Calc. : ✗

Entre le 1er janvier 2000 et le 1er janvier 2023, un groupe de scientifiques a étudié l'aire de la surface d'un lac dans une région montagneuse d'Europe. Ils ont créé un modèle qui suggère que l'aire de la surface du lac diminue de 10% chaque année.
L'aire initiale de la surface du lac est de 5 km^2.

a) **Expliquer** pourquoi l'aire de la surface du lac peut être modélisée par une fonction s définie par $s(t) = 5 \cdot 0,9^t$, où t est le nombre d'années depuis l'an 2000 et $s(t)$ est exprimée en km^2. — 2 marks

b) En utilisant ce modèle, **déterminer** l'aire de la surface du lac en 2002. — 1 mark

c) On suppose que le modèle reste valable au cours du temps.
Décrire l'évolution de l'aire de la surface du lac au cours du temps. — 2 marks

Exercise 6 Calc. : ✗

Pierre postule pour son premier emploi. Il envoie son CV à deux entreprises différentes.
La probabilité qu'une seule entreprise lui réponde est de 0,45.
La probabilité qu'aucune entreprise ne lui réponde est de 0,3.

a) **Dessiner** un diagramme de Venn pour illustrer les informations ci-dessus. — 2 marks

b) **Déterminer** la probabilité que les deux entreprises répondent à Pierre. **Donner** la réponse en pourcentage. — 3 marks

Exercise 7 Calc. : ✗

La répartition des poivrons sur le stand de marché d'un producteur est la suivante : $\frac{2}{5}$ des poivrons sont verts ; la moitié de ceux-ci sont biologiques. $\frac{9}{20}$ des poivrons sont rouges ; 40% de ceux-ci sont biologiques. $\frac{3}{20}$ des poivrons sont jaunes ; 80% de ceux-ci sont biologiques. On choisit un poivron au hasard. **Déterminer** la probabilité que ce poivron soit biologique.	5 marks

Exercise 8 Calc. : ✗

Dans une équipe de football composée de 18 joueurs, 3 sont gardiens de but, 5 sont défenseurs, 6 sont milieux de terrain et 4 sont attaquants.	
a) L'entraîneur doit choisir 3 de ces défenseurs pour jouer le prochain match. **Calculer** le nombre de groupes différents de 3 défenseurs que l'entraîneur peut choisir.	1 mark
b) Les trois défenseurs ont été choisis. Maintenant, l'un d'entre eux se voit attribuer la partie gauche du terrain, l'un d'entre eux la partie centrale et l'un d'entre eux la partie droite. **Calculer** le nombre de façons différentes dont ces 3 défenseurs peuvent se positionner sur le terrain.	1 mark
c) 11 joueurs doivent être sélectionnés pour jouer le match : cette équipe sera composée de 1 gardien de but, 3 défenseurs, 5 milieux de terrain et 2 attaquants. Les 3 défenseurs ont été choisis. **Déterminer** le nombre de groupes différents de 8 joueurs que l'entraîneur peut choisir pour occuper les places restantes.	3 marks

Exercise 9 Calc. : ✗

Une brasserie dispose d'une machine qui remplit des bouteilles de boissons non alcoolisées. La machine est réglée de manière à ce que la quantité de boisson non alcoolisée mise dans une bouteille soit normalement distribuée, avec une moyenne de 505 ml et un écart-type de 2 ml.

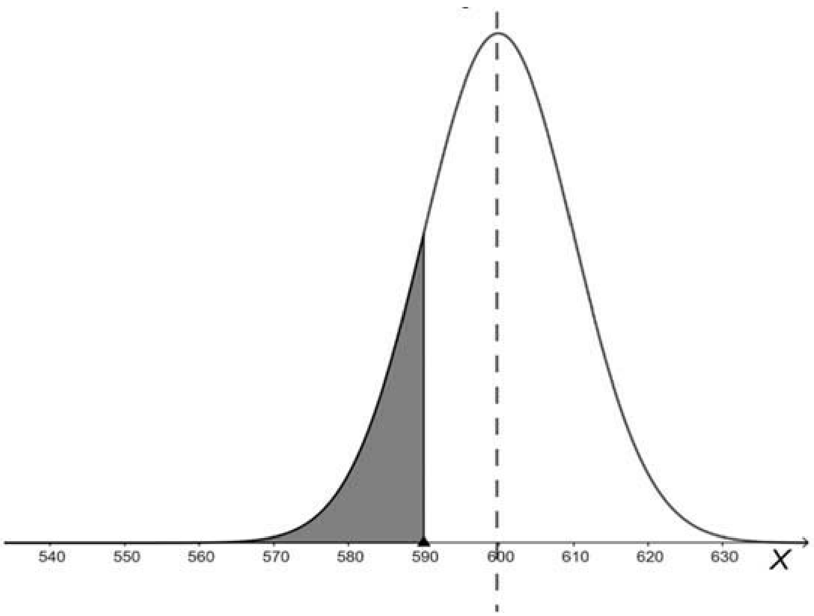
a) **Déterminer** la probabilité qu'une bouteille choisie au hasard contienne au moins 505 ml de boisson non alcoolisée. — 1 mark

b) **Déterminer** la probabilité qu'une bouteille choisie au hasard contienne entre 501 ml et 509 ml de boisson non alcoolisée. — 1 mark

c) Une autre machine remplit des bouteilles de jus. On suppose que la quantité de jus contenue dans une bouteille suit une distribution normale de moyenne μ ml et d'écart-type σ ml.

On sait que $P(X \leq 590) = 0,1587$.

Le graphique de cette distribution normale est donné ci-dessous.



Donner la valeur de la moyenne de cette distribution normale et **justifier** la réponse. — 1 mark

d) **Déterminer** la probabilité qu'une bouteille choisie au hasard contienne plus de 590 ml de jus. **Donner** la réponse au dixième le plus proche. — 2 marks

Exercise 10 Calc. : ✗

Dans une population de poissons, environ 42% sont des femelles. Comme il est possible qu'en réalité cette proportion soit inférieure, on effectue un test.

a) **Énoncer** l'hypothèse nulle H_0 et l'hypothèse alternative H_1. — 2 marks

b) Soit X la variable aléatoire qui désigne le nombre de poissons femelles dans un échantillon de 20 poissons. Le tableau ci-dessous indique les valeurs de $P(X \leq k)$ pour $k = 3, 4, 5, 6, 7, 8$, pour une probabilité de 42% qu'un poisson donné soit une femelle.

k	3	4	5	6	7	8
$P(X \geq k)$	0,0102	0,0349	0,0922	0,1959	0,3461	0,5229

Déterminer la valeur critique k, pour un seuil de signification fixé à 5%, et **interpréter** cette valeur. — 3 marks