

Exercice 1

Calc. : ✓

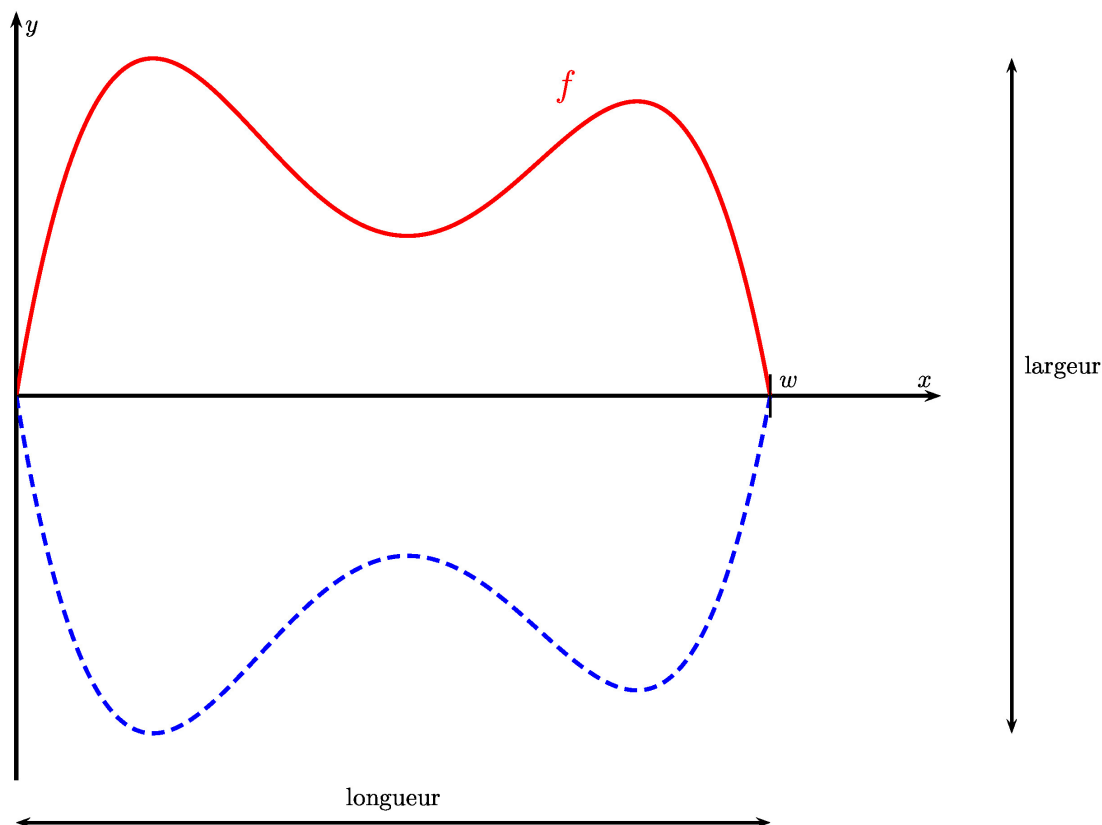
Dans cette question, les parties 1 et 2 sont indépendantes.

Partie 1.

Un musicien joue de la guitare et souhaite modéliser sa forme. La caisse en bois principale peut être modélisée par l'équation suivante :

$$f(x) = -0,13x^4 + 1,4x^3 - 4,9x^2 + 6x$$

Le graphique suivant montre la courbe de f (en rouge, trait plein), ainsi que le symétrique de cette courbe, par rapport à l'axe des abscisses (en bleu, trait pointillé). Dans cette équation, x est en décimètres, et $f(x)$ est également en décimètres. La surface entre ces deux courbes forme la caisse en bois de cette guitare.



Comme on peut le voir sur le graphique, la fonction f est en fait définie de 0 à une valeur w , qui est l'autre solution de l'équation $f(x) = 0$.

- | | |
|---|---------|
| a) Déterminer la valeur de w , en arrondissant à 3 décimales. Donner la longueur de la caisse en bois, en centimètres. | 2 marks |
| b) Déterminer la valeur maximum de f , en arrondissant à 3 décimales. Donner la largeur de la caisse en bois, en centimètres. | 2 marks |
| c) La fonction f a trois points stationnaires. Dans la question b) nous avons trouvé l'un d'entre eux. Donner les coordonnées des deux autres points stationnaires, en arrondissant à deux décimales. | 4 marks |

Avant un gros concert, notre musicien veut peindre le dos de la caisse en bois en noir. Nous voulons donc connaître l'aire de cette surface.

- | | |
|--|---------|
| d) Déterminer une valeur approchée de l'intégrale $\int_0^{5,3} f(x) dx$, en arrondissant à 3 décimales. Donner l'aire qui doit être peinte, en décimètres carrés. | 3 marks |
|--|---------|

Partie 2.

Notre musicien ouvre une page web pour son groupe de musique, et s'intéresse au nombre de personnes qui s'abonnent à sa page au cours du temps ($x = 0$ quand la page web est créée). Le tableau ci-dessous montre le nombre d'abonnés pour les 20 premières semaines :

$x =$ Temps (semaines)	2	4	5	8	10	11	12	13	16	18
$y =$ Nombre d'abonnés	275	240	180	300	380	350	250	350	440	400

- e) **Dessiner** un nuage de points pour représenter les données de ce tableau. 3 marks
- f) **Calculer** le coefficient de corrélation linéaire. **Déterminer** si un modèle affine serait approprié pour ces données. **Discuter** comment on pourrait améliorer le modèle affine en le combinant avec un autre modèle. 3 marks
- g) **Déterminer** une équation de la forme $y = a \cdot x + b$ de la droite de régression affine de y en x en utilisant ces données. **Arrondir** a et b à une décimale. 3 marks
- Tracer** la droite de régression sur le même graphique qu'en e).

Dans les questions h) et i), utiliser le modèle affine $f(x) = 20 \cdot x + 190$.

- h) **Calculer** quand le nombre d'abonnés dépasserait 800. 3 marks
- i) **Expliquer** pourquoi le modèle n'est pas approprié si on l'utilise pour un grand nombre de semaines. 2 marks

Exercise 2

Calc. : ✓

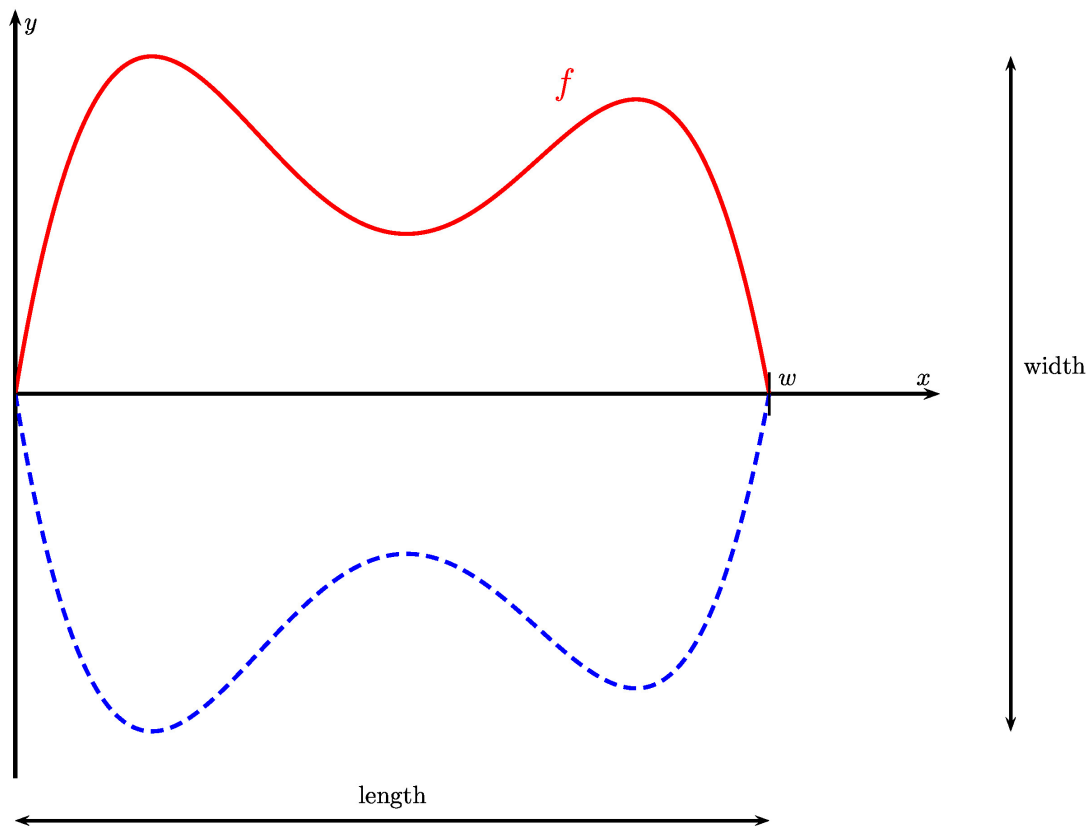
In this question, parts 1 and 2 are independent.

Part 1.

A musician plays a guitar and wishes to model its shape. The main wood box can be modeled by the following equation:

$$f(x) = -0.13x^4 + 1.4x^3 - 4.9x^2 + 6x$$

The following picture shows the curve of f (in red, plain line), together with the symmetric of this curve, with respect to the x -axis (in blue, dashed line). In this equation, x is in decimetres, and $f(x)$ is also in decimetres. The surface between those two curves forms the wood box of this guitar.



As can be seen on the graph, the function f is in fact defined from 0 to a value w , which is the other solution of the equation $f(x) = 0$.

<p>a) Determine the value of w, rounding to 3 decimal places. Give the length of the wood box, in centimetres.</p>	<p>2 marks</p>
<p>b) Determine the maximum value of f, rounding to 3 decimal places. Give the width of the wood box, in centimetres.</p>	<p>2 marks</p>
<p>c) The function f has three stationary points. In question b) we have found one of them. Give the coordinates of the two other stationary points, rounded to two decimal places.</p>	<p>4 marks</p>
<p>Before a big concert, our musician wants to paint the back of the wood box in black. We hence want to know what is the area of this surface.</p>	
<p>d) Determine an approximate value of the following integral, rounded to 3 decimal places:</p>	<p>3 marks</p>
$\int_0^{5.3} f(x) dx$ <p>Give the area that has to be painted, in square decimetres.</p>	

Part 2.

Our musician opens a webpage for his band, and is interested in the number of followers across time ($x = 0$ when the webpage is created). The table below shows the number of followers for the first 20 weeks:

$x =$ Time (weeks)	2	4	5	8	10	11	12	13	16	18
$y =$ Number of followers	275	240	180	300	380	350	250	350	440	400

e) **Draw** a scatter diagram to represent the data from the table. 3 marks

f) **Compute** the linear correlation coefficient. **Determine** if a linear model would be appropriate for his data. **Discuss** how we could improve the linear model by combining it with another one. 3 marks

g) **Determine** an equation in the form $y = a \cdot x + b$ of the linear regression of y on x using this data. **Round** a and b to one decimal place. 3 marks

Draw the regression line on the same diagram as e).

In h) and i), use the linear model $f(x) = 20 \cdot x + 190$.

h) **Compute** when the number of followers would be over 800. 3 marks

i) **Explain** why the model is not appropriate over many weeks. 2 marks

Exercise 3

Calc. : ✓

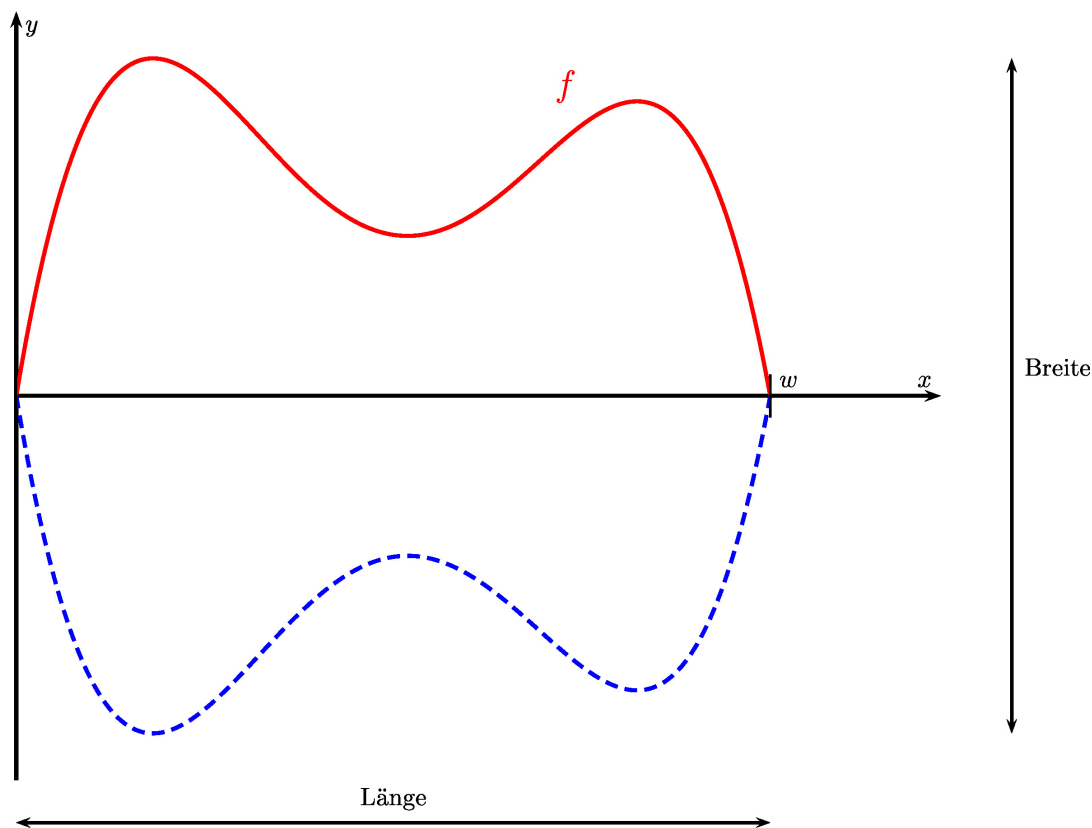
Bei dieser Frage sind die Teile 1 und 2 unabhängig voneinander.

Teil 1.

Ein Musiker spielt eine Gitarre und möchte deren Form modellieren. Der Haupt-Holzkasten kann durch die folgende Gleichung modelliert werden:

$$f(x) = -0,13x^4 + 1,4x^3 - 4,9x^2 + 6x$$

Die folgende Abbildung zeigt den Graphen von f (in rot, einfache Linie), zusammen mit der Symmetrie dieser Kurve in Bezug auf die x -Achse (in blau, gestrichelte Linie). In dieser Gleichung ist x in Dezimetern angegeben, und $f(x)$ auch. Die Fläche zwischen diesen beiden Kurven bildet den Holzkasten dieser Gitarre.



Wie in der Grafik zu sehen ist, ist die Funktion f von 0 bis zu einem Wert w definiert, der eine der Lösungen der Gleichung $f(x) = 0$ ist.

<p>a) Bestimmen Sie den Wert von w und runden Sie auf 3 Dezimalstellen. Geben Sie die Länge der Holzkiste in Zentimetern an.</p> <p>b) Bestimmen Sie den Maximalwert von f und runden Sie das Ergebnis auf 3 Dezimalstellen. Geben Sie die Breite der Holzkiste in Zentimetern an.</p> <p>c) Die Funktion f hat drei Extrempunkte. In Frage b) wurde schon mit einen von ihnen gearbeitet. Geben Sie die Koordinaten der beiden anderen Extrempunkte an, gerundet auf zwei Dezimalstellen.</p> <p>Vor einem großen Konzert möchte unser Musiker die Rückseite der Holzkiste schwarz streichen. Wir wollen daher wissen, wie groß die Fläche dieser Oberfläche ist.</p>	<p>2 marks</p> <p>2 marks</p> <p>4 marks</p>
<p>d) Bestimmen Sie einen Näherungswert für das folgende Integral, gerundet auf 3 Dezimalstellen:</p> $\int_0^{5,3} f(x) dx$ <p>Geben Sie die Fläche, die gestrichen werden soll, in Quadratdezimetern an.</p>	<p>3 marks</p>

<p>Teil 2.</p> <p>Unser Musiker eröffnet eine Webseite für seine Band und interessiert sich für die Anzahl der Follower im Zeitverlauf ($x = 0$ bei Erstellung der Webseite). Die folgende Tabelle zeigt die Anzahl der Follower in den ersten 20 Wochen:</p>																								
<table border="1"> <tr> <td>$x =$ Zeit (Wochen)</td> <td>2</td> <td>4</td> <td>5</td> <td>8</td> <td>10</td> <td>11</td> <td>12</td> <td>13</td> <td>16</td> <td>18</td> </tr> <tr> <td>$y =$ Anzahl der Follower</td> <td>275</td> <td>240</td> <td>180</td> <td>300</td> <td>380</td> <td>350</td> <td>250</td> <td>350</td> <td>440</td> <td>400</td> </tr> </table>	$x =$ Zeit (Wochen)	2	4	5	8	10	11	12	13	16	18	$y =$ Anzahl der Follower	275	240	180	300	380	350	250	350	440	400		
$x =$ Zeit (Wochen)	2	4	5	8	10	11	12	13	16	18														
$y =$ Anzahl der Follower	275	240	180	300	380	350	250	350	440	400														
<p>e) Zeichnen Sie ein Streudiagramm zur Darstellung der Daten aus der Tabelle.</p> <p>f) Berechnen Sie den linearen Korrelationskoeffizienten. Bestimmen Sie, ob ein lineares Modell zur Darstellung der Daten geeignet wäre. Diskutieren Sie, wie das lineare Modell durch die Kombination mit einem anderen Modell verbessert werden könnte.</p> <p>g) Bestimmen Sie eine Gleichung in der Form $y = a \cdot x + b$ der linearen Regression von y auf x unter Verwendung dieser Daten. Runden Sie a und b auf eine Dezimalstelle.</p> <p>Zeichnen Sie die Regressionsgerade in das Diagramm von e) ein.</p>	<p>3 marks</p> <p>3 marks</p> <p>3 marks</p>																							
<p>In h) und i) ist das lineare Modell zu verwenden $f(x) = 20 \cdot x + 190$.</p>																								
<p>h) Berechnen Sie, wann die Zahl der Follower über 800 liegen soll.</p>	<p>3 marks</p>																							
<p>i) Erläutern Sie, warum das Modell nicht für mehrere Wochen geeignet ist.</p>	<p>2 marks</p>																							