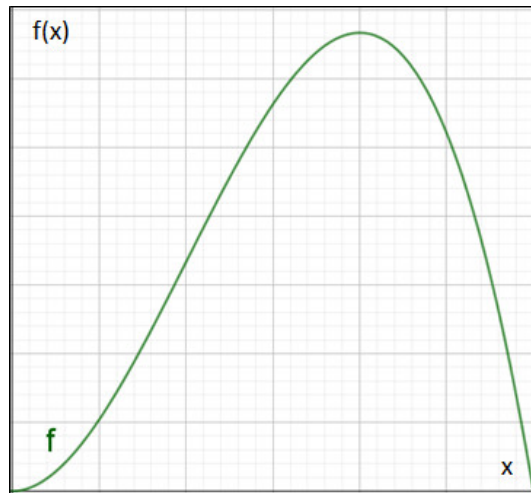


Exercise 1

Calc. : ✗

Leikkikentällä olevaa mäkeä voidaan mallintaa funktiolla $f(x) = -\frac{1}{3}x^3 + x^2$, kun $x > 0$ missä x on vaakasuora etäisyys metreinä ja $f(x)$ on korkeus metreinä. Funktion kuvaaja on esitetty alla.



Määritä mäen korkeus.

5 marks

Exercise 2

Calc. : ✗

Ruokalan kokon mukaan 20% kaikista 2 500 oppilaasta ei ole tyytyväisiä ruoan laatuun. Oppilaskunnan mielestä osuus on suurempi kuin 20%. Oppilaskunta päättää kysyä 40 oppilaalta heidän mielipidettään.

- Selitä, pitäisikö tässä hypoteesin testauksessa käyttää vasemman- vai oikeanpuoleista testiä. Perustele vastauksesi. 2 marks
- Mitä nollahypoteesia pitäisi käyttää tähän NHST-testiin? Entä mitä vastahypoteesia? 1 mark
- Määritä kriittinen arvo k oheisen taulukon avulla (missä k on tyytymättömien opiskelijoiden määrä), jos riskitasoksi asetetaan 5%. Tulkitse, mitä tämä arvo tarkoittaa. 2 marks

k	8	9	10	11	12	13	14	15
$P(X \geq k)$	0,563	0,407	0,268	0,161	0,088	0,043	0,019	0,008

Exercise 3

Calc. : ✗

Pieni supermarketketju työllistää 900 ihmistä, ja vain 10 heistä työskentelee johdossa, mutta vain yksi johtajista on nainen. Muut 809 naista ovat töissä kaupoissa työntekijöinä.

Näytä, että naisena ja johtoasemassa oleminen eivät ole toisistaan riippumattomia tapahtumia.

5 marks

Exercise 4

Calc. : ✗

Aviopari tarvitsee negatiivisen Covid-testin, jotta he voivat vierailla ystäviensä luona ulkomailla. Tiedetään, että 20% testeistä antaa väärän negatiivisen tuloksen, kun taas väärän positiivisen tuloksen todennäköisyys on lähellä nollaa. Oletetaan, että jos toinen parista on saanut tartunnan, niin myös toinen on saanut sen.

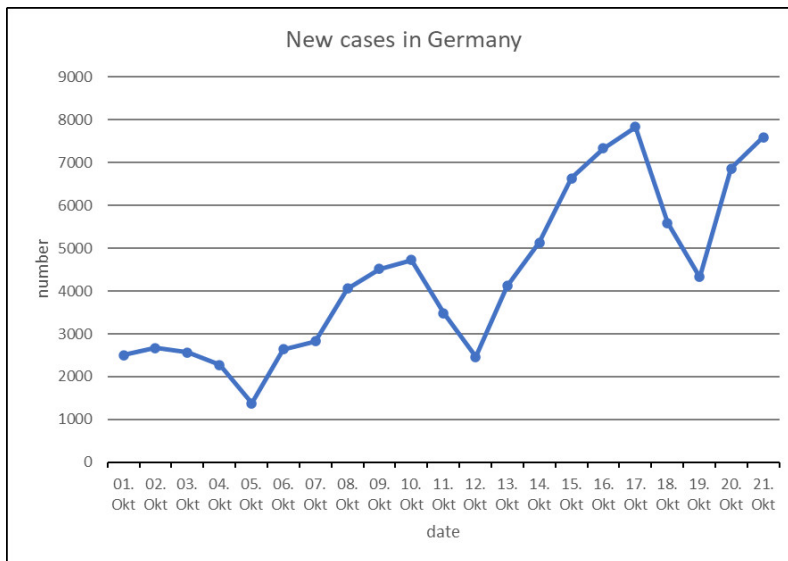
Selitä, miksi tässä on kyse Bernoulli-kokeesta, ja että, jos molemmat tekevät testin, väärän negatiivisen tuloksen suuruus on enää 4%.

5 marks

Exercise 5

Calc. : ✗

Alla olevassa kuvassa on esitetty uusien Covid-19 tapausten määrä Saksassa 3 viikon ajalta lokakuussa 2020. Tapausten määrää tulevaisuudessa voidaan ennustaa yhdistämällä kaksi matemaattista mallia.



Kerro, mitkä nämä kaksi matemaattista mallia voisivat olla ja perustele vastauksesi. Ennusta, minä päivänä tulevaisuudessa seuraava maksimi voisi olla, jos tapausten määrä noudattaa samaa mallia kuin kuvassa esitetyn kolmen viikon aikana.

5 marks

Exercise 6

Calc. : ✗

Laboratoriossa tutkitaan petrimaljassa olevien bakteerien määrää. Käy ilmi, että tietyissä olosuhteissa bakteerien määrää voidaan mallintaa funktiolla:

$$N(t) = 10\,000 \cdot e^{\ln(1.03) \cdot t},$$

missä $N(t)$ on bakteerien määrä ja t aika päivissä.

1. **Laske** bakteerien määrä alussa sekä laske, kuinka monta prosenttia bakteerien määrä kasvaa päivän aikana. 2 marks
2. **Laske** bakteerien määrä yhden päivän jälkeen. 2 marks
3. **Selitä**, miksi tätä mallia ei voi käyttää, kun t kasvaa hyvin suureksi. 1 mark

Exercise 7

Calc. : ✗

Ovatko seuraavat väittämät totta vai tarua? Perustele vastauksesi. Huomaa, että saat pisteitä vain, jos sekä vastaus että perustelu ovat oikein.

1. Jos lämpötila $T(x)$ aidosti kasvava, niin silloin $T'(x) > 0$. 1 mark
2. Kaikki jaksolliset ilmiöt voidaan mallintaa sinifunktiolla. 1 mark
3. Kolmesta oppilaasta voidaan muodostaa 9 erilaista jonoa. 1 mark
4. Kun noppaa heitetään kerran, odotusarvo on 3,5. 1 mark
5. Kun 10 ihmistä valitaan suuresta joukosta, naisten määrää voidaan mallintaa binomijakumalla. 1 mark

Exercise 8

Calc. : ✗

Päivän pituutta tunteina $L(t)$ tutkittiin eräässä paikassa vuoden ajan. Sitä voidaan mallintaa funktiolla:

$$L(t) = 4 \cdot \sin\left(\frac{2\pi}{365}t\right) + 12,$$

missä t on aika päivinä vuoden alusta.

Kerro, mitä saadaan laskemalla $\int_0^{365} L(t) dt$ ja miksi tulos on sama kuin $12 \cdot 365 = 4\,380$.

5 marks

Exercise 9

Calc. : ✗

Binomi- ja normaalijakauma ovat kaksi paljon käytettä todennäköisyysjakaumaa.

1. Kerro yksi ominaisuus, millä tavoin nämä kaksi jakaumaa eroavat toisistaan, ja yksi ominaisuus, joka niillä on yhteistä. 2 marks
2. Kerro esimerkki parametrilla, jota tarvitaan normaalijakaumaa määritettäessä. 1 mark
3. Normaalijakaumaa voidaan kuvata funktiolla: 2 marks

$$\phi(x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{1}{2}x^2}$$

Selitä, miksi $\int_{-\infty}^{+\infty} \phi(x) dx = 1$.

Exercise 10

Calc. : ✗

Uusi kone tunnistaa verestä, jos urheilija on käyttänyt dopingia. Nimetään tapahtumat:

- P: Doping-testi on positiivinen
- D: Urheilija on käyttänyt dopingia

Konetta testattiin, ja havaittiin, että 100 dopingia sisältävästä verestä kone tunnistaa 90. Se antaa myös väärän positiivisen tuloksen 5% todennäköisyydellä. Voidaan olettaa, että joka 10. urheilija on keskimäärin käyttänyt dopingia.

Lasketaan todennäköisyys, että urheilija on käyttänyt dopingia, kun testi on positiivinen:

5 marks

1. Esitä kaikki tehtävää varten tarvittavat tiedot matemaattisesti oikein.
2. Laske todennäköisyys, että urheilija on käyttänyt dopingia, kun testitulokset on positiivinen.