

Exercice 1

Calc. : ✓

La municipalité d'une ville de montagne prévoit de construire un tunnel dont la section transversale est donnée par la fonction f définie par :

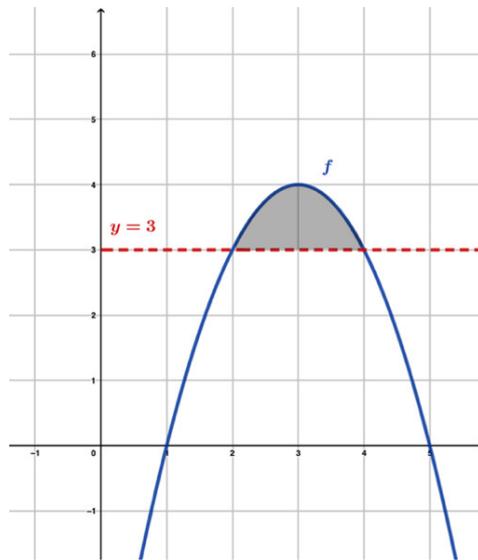
$$f(x) = -x^2 + 6x - 5$$

Avec x en abscisse donnant la largeur en mètres du tunnel et $f(x)$ en ordonnée donnant la hauteur en mètres du tunnel.

1. À l'aide de votre calculatrice, **déterminer** les abscisses des points d'intersection de la fonction f avec l'axe des abscisses (les zéros de f). 2 marks
2. En **déduire**, par le calcul, la largeur du tunnel en mètres. 2 marks
3. **Trouver** la hauteur maximale du tunnel en mètres à l'aide de votre calculatrice. 2 marks
4. **Montrer** que la fonction F définie par $F(x) = -\frac{1}{3}x^3 + 3x^2 - 5x + 2$ est une primitive de la fonction f . 3 marks
5. **Calculer** l'aire du domaine, en mètres carrés, délimitée par la courbe de f , l'axe des abscisses, et les droites d'équations $x = 1$ et $x = 5$. Arrondir le résultat à deux chiffres après la virgule. 3 marks
6. **Calculer** la longueur de l'arc de la courbe de f en mètres, entre $x = 1$ et $x = 5$, arrondie à deux chiffres après la virgule, à l'aide de la formule suivante : 3 marks

$$l = \int_a^b \sqrt{1 + (f'(x))^2} dx$$

Les ingénieurs placent un support en bois d'une hauteur de 3 mètres jusqu'au sommet de la galerie, modélisé dans le graphique ci-dessous, par la zone grisée.



7. **Calculer** l'aire du support en bois (zone grisée), en mètres carrés, arrondie à deux chiffres après la virgule, à l'aide de la formule suivante : 3 marks

$$A = \int_a^b |f(x) - g(x)| dx$$

8. On considère la courbe de la fonction f qui tourne autour de l'axe des abscisses.

Calculer le volume du solide de révolution ainsi engendré par la courbe de f , entre $x = 1$ et $x = 5$, à l'aide de la formule suivante :

4 marks

$$V = \pi \int_a^b (f(x))^2 dx$$

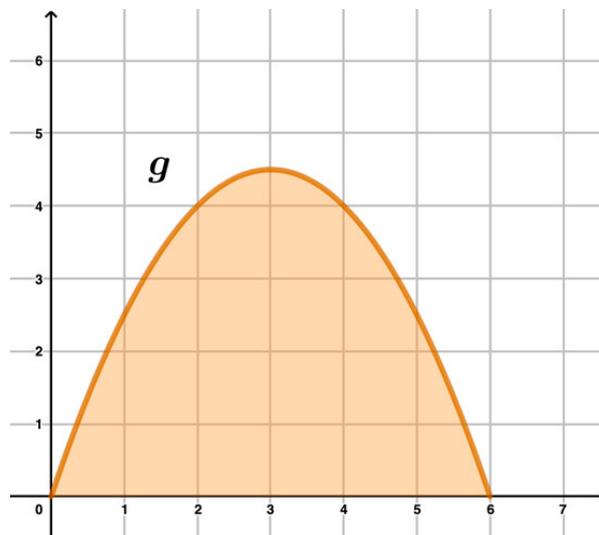
Arrondir le résultat à deux chiffres après la virgule.

9. La cheffe de projet, décide d'agrandir le tunnel en creusant dans la roche.

La section transversale du nouveau tunnel est modélisée par la fonction g définie par :

$$g(x) = -\frac{1}{2}x^2 + 3x$$

avec x et $g(x)$ en mètres, comme dans le graphique ci-dessous.



Calculer l'aire du domaine coloré, en mètres carrés, délimitée par la courbe de g , l'axe des abscisses, et les droites d'équations $x = 0$ et $x = 6$. Arrondir le résultat à deux chiffres après la virgule.

3 marks