Exercise 1 Calc. : ✓

Dans la première partie de cet exercice, nous étudions la cuisson d'un œuf qui vient d'être sorti d'un réfrigérateur.
Un œuf est à la coque lorsque son jaune atteint une température d'exactement 45°C.

Dans les questions a), b) et c), on considère un œuf de masse 60 g. Le temps de cuisson nécessaire pour que le jaune de cet œuf atteigne la température x est donné par la relation :

$$f(x) = -16 \cdot 60^{2/3} \cdot \ln\left(\frac{100-x}{192}\right)$$

où $f(x)$ représente le temps de cuisson en secondes et x la température en °C.

a) **Déterminez** combien de temps il faut pour que cet œuf soit à la coque. **Arrondir** à la seconde près. — 2 marks

b) **Déterminez** la température du jaune d'œuf après qu'il a cuit pendant 240 secondes. **Arrondir** au degré près. — 3 marks

c) **Dessinez** le graphique présentant le temps de cuisson $f(x)$ en fonction de la température x dans le jaune d'œuf pour des températures comprises entre 4°C et 45°C. — 4 marks

À la question d), nous considérons un œuf à la coque après un temps de cuisson de 275 secondes. L'égalité suivante s'applique à la masse m (en grammes) de cet œuf :

$$275 = -16 \cdot m^{2/3} \cdot \ln\left(\frac{55}{192}\right)$$

d) **Déterminez** la masse de cet œuf. **Arrondir** au gramme près. — 3 marks

Chaque matin d'une semaine (7 jours), un homme commande exactement un œuf. Chaque matin, la probabilité que l'œuf servi soit à la coque est de $p = 0,65$, indépendamment des autres matins. Soit X la variable aléatoire définissant le nombre d'œufs à la coque servis à cet homme pendant ces 7 matins.

e) **Montrer** que X suit une distribution binomiale, et **donner** ses paramètres. — 2 marks

f) **Déterminez** la probabilité que cet homme n'ait reçu qu'un seul œuf à la coque au cours de ces 7 matinées. — 3 marks

g) **Déterminez** la probabilité que cet homme ait reçu des œufs à la coque pendant au moins 2 matinées au cours de cette semaine. — 3 marks

h) Nous savons que cet homme a reçu au moins deux œufs à la coque au cours de cette semaine. **Déterminez** la probabilité qu'on lui ait servi exactement trois œufs à la coque au cours de cette semaine. — 2 marks

i) **Déterminez** l'espérance et l'écart-type de la variable X. **Interprétez** ces valeurs dans le contexte. — 3 marks

Exercise 2 Calc. : ✓

Im ersten Teil dieser Übung untersuchen wir das Kochen eines Eies, das gerade aus dem Kühlschrank genommen wurde.
Ein Ei ist weichgekocht, wenn das Eigelb eine Temperatur von genau 45°C erreicht.

In den Fragen a), b) und c) wird ein Ei mit einer Masse von 60 g betrachtet. Die Kochzeit $f(x)$ (in Sekunden), die erforderlich ist, damit das Eigelb dieses Eies die Temperatur x (in °C) erreicht, ist gegeben durch:

$$f(x) = -16 \cdot 60^{2/3} \cdot \ln\left(\frac{100-x}{192}\right)$$

a) **Bestimmen** Sie, wie lange es dauert, bis das Ei weich gekocht ist. **Runden** Sie auf die nächste Sekunde. — 2 marks

b) **Bestimmen** Sie die Temperatur des Eigelbs dieses Eies, nachdem es 240 Sekunden lang gekocht hat. **Runden** Sie auf das nächste Grad. — 3 marks

c) **Zeichnen** Sie das Diagramm, das die Kochzeit $f(x)$ in Abhängigkeit von der Temperatur x im Eigelb für dieses Ei bei Temperaturen zwischen 4°C und 45°C darstellt. — 4 marks

In Frage d), wird ein Ei betrachtet, das nach einer Kochzeit von 275 Sekunden weichgekocht ist. Die folgende Gleichung gilt für die Masse m (in Gramm) dieses Eies:

$$275 = -16 \cdot m^{2/3} \cdot \ln\left(\frac{55}{192}\right)$$

d) **Bestimmen** Sie die Masse dieses Eies. **Runden** Sie auf das nächste Gramm. — 3 marks

Jeden Morgen in einer Woche (7 Tage) wird einem Mann genau ein Ei serviert. Die Wahrscheinlichkeit, dass das servierte Ei weichgekocht ist, beträgt an jedem Morgen $p = 0,65$, unabhängig von den anderen Morgen.
Die Zufallsvariable X die definiert ist als die Anzahl der weichgekochten Eier, die diesem Mann an diesen 7 Vormittagen serviert werden, wird untersucht.

e) **Zeigen** Sie, dass X einer Binomialverteilung folgt, und **geben** Sie deren Parameter**an**. — 2 marks

f) **Bestimmen** Sie die Wahrscheinlichkeit, dass diesem Mann an diesen Vormittagen nur ein weichgekochtes Ei serviert wurde. — 3 marks

g) **Bestimmen** Sie die Wahrscheinlichkeit, dass diesem Mann in dieser Woche an mindestens 2 Vormittagen weichgekochte Eier serviert wurden. — 3 marks

h) Es ist bekannt, dass diesem Mann in dieser Woche mindestens zwei weichgekochte Eier serviert wurden. **Bestimmen** Sie die Wahrscheinlichkeit, dass er in dieser Woche genau drei weichgekochte Eier serviert bekommen hat. — 2 marks

i) **Bestimmen** Sie den Erwartungswert und die Standardabweichung der Variablen X. **Interpretieren** Sie diese Werte im Zusammenhang mit dem gegebenen Kontext. — 3 marks

Exercise 3 Calc. : ✓

In the first part of this exercise, we study the cooking of an egg that has just been taken out from a refrigerator.
An egg is soft-boiled when its yolk reaches a temperature of exactly 45°C.

In questions a), b) and c), we consider an egg of mass 60 g. The cooking time $f(x)$ (in seconds) needed to have the yolk of this egg reach the temperature x (in °C) is given by:

$$f(x) = -16 \cdot 60^{2/3} \cdot \ln\left(\frac{100 - x}{192}\right)$$

a) **Determine** how long it takes for this egg to be soft-boiled. **Round** to the nearest second. — 2 marks

b) **Determine** the temperature of the yolk in this egg after it has boiled for 240 seconds. **Round** to the nearest degree. — 3 marks

c) **Draw** the graph showing the cooking time $f(x)$ as a function of the temperature x in the yolk for this egg, for temperatures between 4°C and 45°C. — 4 marks

In question d), we consider an egg that is soft-boiled after a cooking time of 275 seconds. The following equality applies to the mass m (in grams) of this egg:

$$275 = -16 \cdot m^{2/3} \cdot \ln\left(\frac{55}{192}\right)$$

d) **Determine** the mass of this egg. **Round** to the nearest gram. — 3 marks

Every morning in a week (7 days), a man is served exactly one egg. Each morning, the probability that the served egg is soft-boiled is $p = 0.65$, independently of other mornings.
We study the random variable X defined as the number of soft-boiled eggs this man will be served during those 7 mornings.

e) **Show** that X follows a binomial distribution, and **give** its parameters. — 2 marks

f) **Determine** the probability that this man was served only one soft-boiled egg during those 7 mornings. — 3 marks

g) **Determine** the probability that this man was served soft-boiled eggs for at least 2 mornings in that week. — 3 marks

h) We know that this man was served at least two soft-boiled eggs during this week. **Determine** the probability that he was served exactly three soft-boiled eggs during this week. — 2 marks

i) **Determine** the expected value and the standard deviation of the variable X. **Interpret** those values in the context. — 3 marks