

Exercice 1

Calc. : ✓

Un médicament est injecté par voie intraveineuse. Dans les heures qui suivent, la substance est éliminée par les reins. La quantité q_i présente dans le sang (q_i en milligrammes) à l'instant t_i (t_i , en heures) a été mesurée par des prises de sang toutes les deux heures.

t_i (heures)	0	2	4	6	8
q_i (mg)	9,9	7,5	5,5	3,9	3

PARTIE A

Modélisation par une fonction affine

Le nuage de points associé à la série $(t_i; q_i)$ est représenté dans le repère orthogonal ci-dessous.

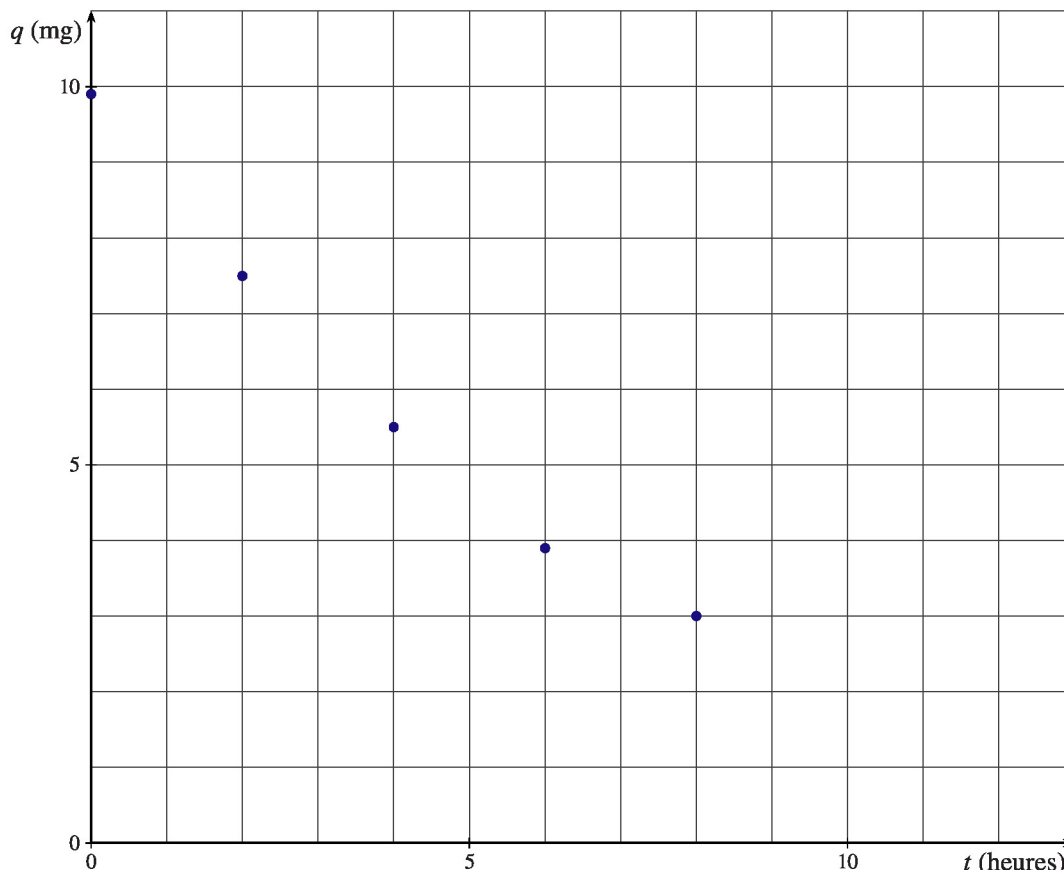


FIGURE 1

- Déterminer, à l'aide de la calculatrice, une équation de la droite D d'ajustement affine de q en t par la méthode des moindres carrés (coefficients arrondis à 10^{-2}); tracer la droite D sur la figure 1.
- En supposant que ce modèle reste valable pendant 12 heures, quelle estimation obtient-on de la quantité de médicament présente dans le sang au bout de 12 heures? Qu'en pensez-vous?

PARTIE B

Recherche d'un modèle mieux adapté

1. Représenter dans le repère semi-logarithmique ci-dessous le nuage de point associé à la série $(t_i ; q_i)$.
Quel type d'ajustement l'allure de cette représentation permet-elle d'envisager ?
2. On pose $y_i = \ln q_i$. Recopier et compléter le tableau ci-dessous (valeurs arrondies au centième).

t_i (heures)	0	2	4	6	8
y_i (mg)					

3. Déterminer à l'aide de la calculatrice une équation de la droite d'ajustement affine de y en t par la méthode des moindres carrés (coefficients arrondis au centième).
4. Montrer que l'expression de q en fonction de t obtenue à partir de cet ajustement est de la forme $q = ae^{-bt}$ où a est arrondi à l'unité et b au centième.
5. Étudier le sens de variation de la fonction f définie sur $[0; 15]$ par : $f(t) = 10e^{-0,15t}$.
Tracer sa courbe représentative C sur la figure 1.
6. On suppose que ce nouveau modèle reste valable pendant 12 heures. Calculer à 10^{-1} près la quantité de médicament présente dans le sang au bout de 12 heures. Placer le point correspondant sur le graphique.

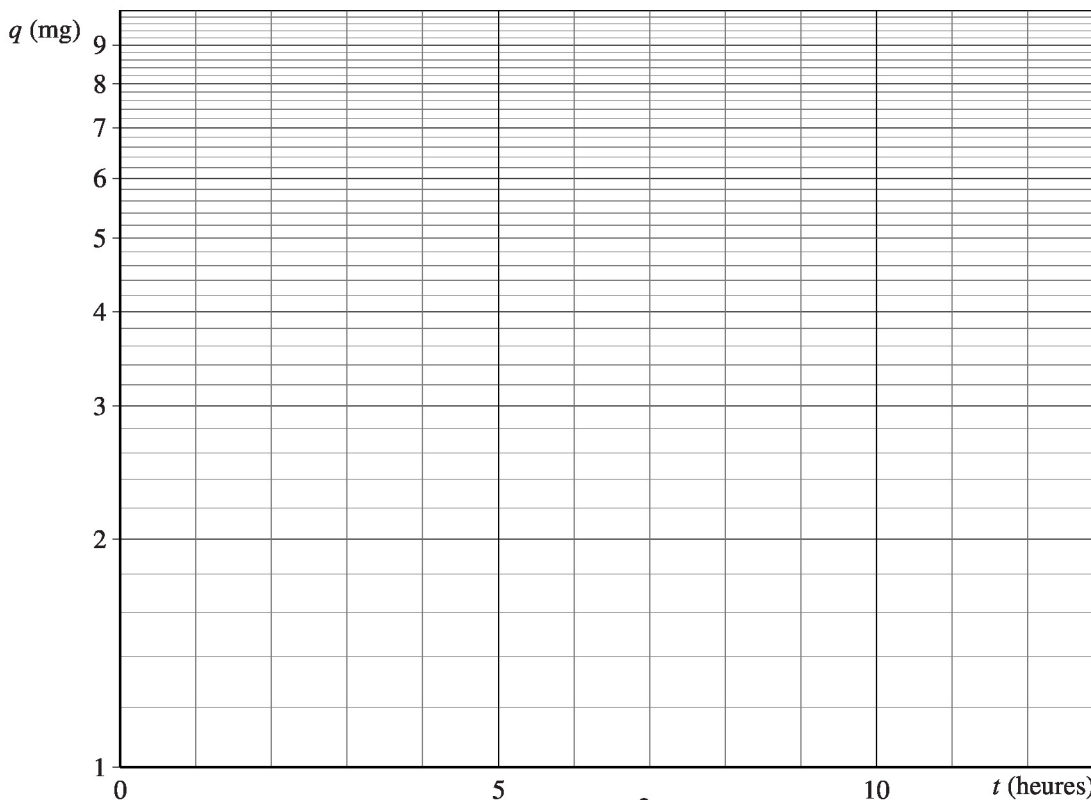


FIGURE 2

PARTIE C

1. Calculer $\frac{f(t+1) - f(t)}{f(t)}$. Interpréter le résultat par une phrase concernant le pourcentage de variation de la quantité de médicament présente dans le sang.
2. Le médicament reste efficace tant que la quantité présente dans le sang reste supérieure à 2 mg.
Déterminer graphiquement, à 1 heure près par défaut, la durée d'efficacité de l'injection.
3. Calculer, à un dixième de milligramme près, la quantité moyenne de médicament présente dans le sang pendant les 10 heures qui suivent l'injection.