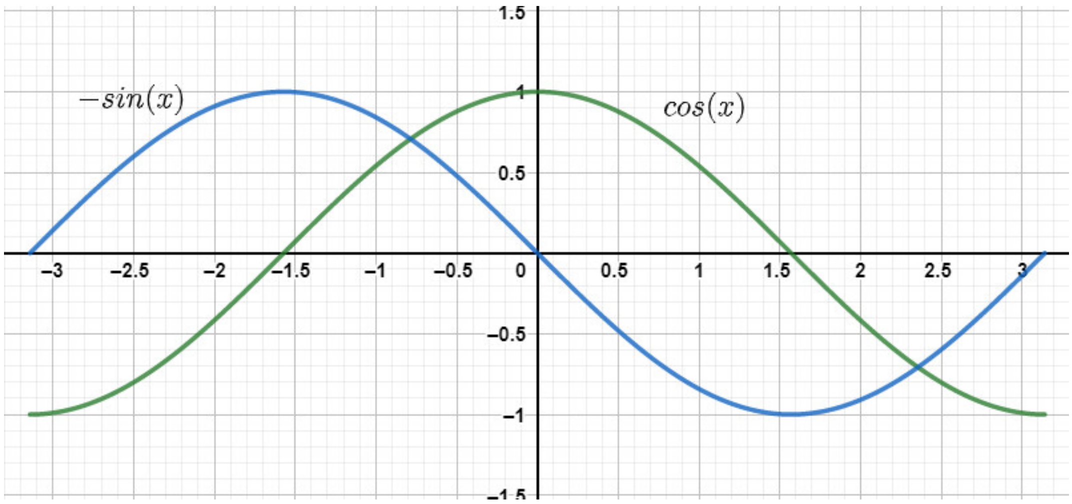
Exercise 1 Calc. : ✓

1. We consider the functions $x \mapsto \cos x$ and $x \mapsto -\sin x$ on $[-\pi;\pi]$ and their graphic representations below:



Justify that the only solutions of the equation $\cos x + \sin x = 0$ on $[-\pi;\pi]$ are $\dfrac{-\pi}{4}$ and $\dfrac{3\pi}{4}$. — 3 marks

2. Let f be the function defined on $[-\pi;\pi]$ by: $f(x) = \mathrm{e}^x \cdot \sin x$

   We note C_f its representative curve in a coordinate system.

   (a) Determine the variations of the function f on $[-\pi;\pi]$, specifying the abscissa, the value and the nature of each extremum. — 2 marks

   (b) Determine an equation of the tangent to the curve C_f at the point of abscissa $\dfrac{\pi}{2}$. — 2 marks

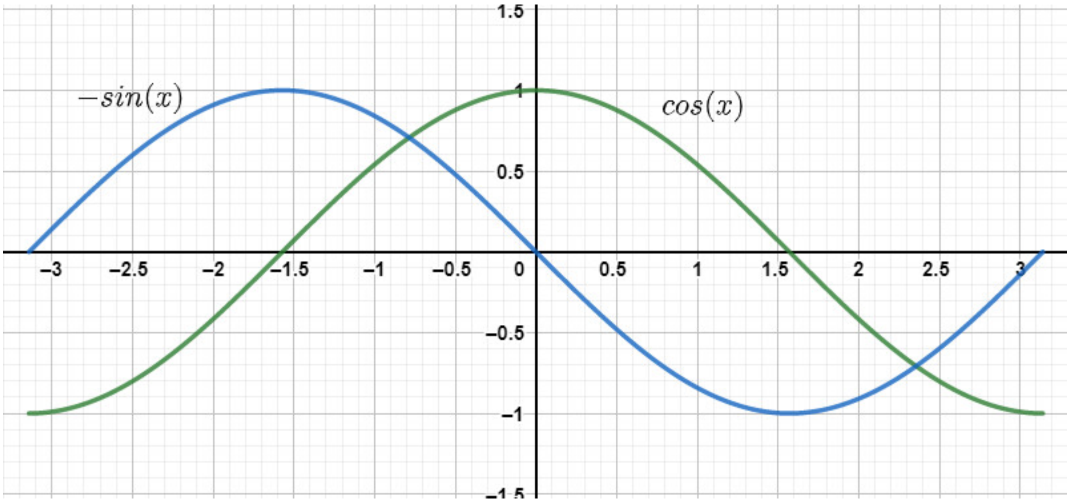
   (c) On what interval is C_f entirely above each of its tangents? To justify. — 2 marks

   (d) Using two successive integrations by parts, calculate the exact value of the integral: — 2 marks

$$\int_{-\pi}^{\pi} f(x)\,\mathrm{d}x.$$

Exercise 2 Calc. : ✓

1. On considère les fonctions $x \mapsto \cos x$ et $x \mapsto -\sin x$ sur $[-\pi;\pi]$ et leurs représentations graphiques ci-dessous :



   Justifier que les seules solutions de l'équation $\cos x + \sin x = 0$ sur $[-\pi;\pi]$ sont $\dfrac{-\pi}{4}$ et $\dfrac{3\pi}{4}$. — 3 marks

2. Soit f la fonction définie sur $[-\pi;\pi]$ par : $f(x) = \mathrm{e}^x \cdot \sin x$

   On note C_f sa courbe représentative dans un repère.

   (a) Déterminer les variations de la fonction f sur $[-\pi;\pi]$, en précisant l'abscisse, la valeur et la nature de chaque extremum. — 2 marks

   (b) Déterminer une équation de la tangente à la courbe C_f au point d'abscisse $\dfrac{\pi}{2}$. — 2 marks

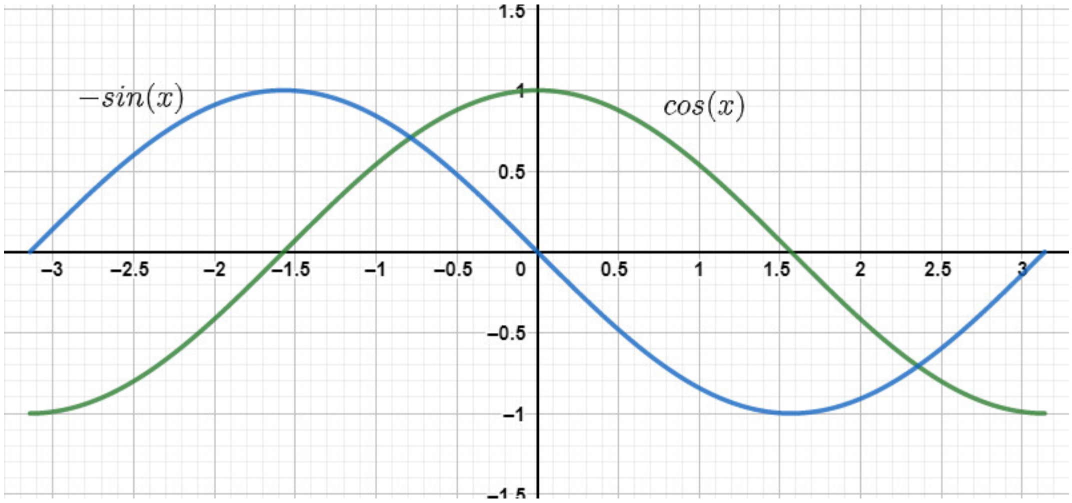
   (c) Sur quel intervalle C_f est-elle entièrement située au-dessus de chacune de ses tangentes ? Justifier. — 2 marks

   (d) En utilisant deux intégrations par parties successives, calculer la valeur exacte de l'intégrale : — 2 marks

$$\int_{-\pi}^{\pi} f(x)\,\mathrm{d}x.$$

Exercise 3 Calc. : ✓

1. Tutkitaan kahta funktiota, joiden lausekkeet ovat $x \mapsto \cos x$ ja $x \mapsto -\sin x$ välillä $[-\pi; \pi]$. Niiden kuvaajat on esitetty alla olevassa kuvassa:



Osoita, että yhtälön $\cos x + \sin x = 0$ ainoat ratkaisut välillä $[-\pi; \pi]$ ovat $\frac{-\pi}{4}$ ja $\frac{3\pi}{4}$. — 3 marks

2. Olkoon välillä $[-\pi; \pi]$ määritelty funktio $f(x) = e^x \cdot \sin x$

   (a) Määritä funktion f derivaatan merkki eri kohdissa ja funktion f ääriarvokohdat ja ääriarvot sekä ääriarvojen luonne. — 2 marks

   (b) Määritä funktion kuvaajalle kohtaan $x = \frac{\pi}{2}$ piirretyn tangentin yhtälö. — 2 marks

   (c) Millä välillä funktion f kuvaaja sijaitsee kokonaan sille piirrettyjen tangenttien yläpuolella? Perustele. — 2 marks

   (d) Määritä seuraava integraali (ohje: käytä osittaisintegrointia kahteen kertaan): — 2 marks

$$\int_{-\pi}^{\pi} f(x)\,dx.$$