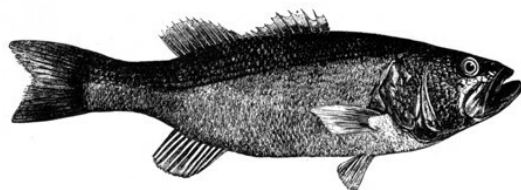


**Exercice 1**

Calc. : ✓

**Partie 1**



Une population de bars noirs est introduite dans un lac. Le nombre de poissons dans le lac est modélisé par la fonction  $N$  définie par

$$N(t) = 3500 \cdot e^{0,0862 \cdot t}, \quad t \geq 0,$$

où  $t$  est le temps en jours après l'introduction.

- a) **Interpréter** le nombre 3500 dans ce contexte. 1 mark
- b) **Calculer** le nombre de poissons dans le lac après une semaine. **Donner** la réponse arrondie à l'entier le plus proche. 2 marks
- c) **Réécrire** la formule de  $N(t)$  sous la forme  $N(t) = K \cdot A^t$ . 2 marks
- d) **Déterminer** le pourcentage de croissance du nombre de poissons par jour. 2 marks
- e) **Déterminer** après combien de jours le nombre de poissons dans le lac aura doublé. 2 marks
- f) **Expliquer** si ce modèle peut être utilisé sur une longue période. 1 mark

**Partie 2**



Il est assez difficile de capturer un marlin bleu. Ils se battent avec acharnement lorsqu'ils sont accrochés à un hameçon.

En 2022, 5300 pêcheurs sur un total de 300 000 ont réussi à capturer un marlin bleu.

En 2023, 149 pêcheurs sur un échantillon aléatoire de 7000 pêcheurs ont réussi à capturer un marlin bleu.

Pour déterminer si la proportion de pêcheurs ayant capturé un marlin bleu a augmenté entre 2022 et 2023, on effectue un test d'hypothèse à un seuil de signification de 5%.

Soit  $p$  la proportion de pêcheurs qui ont réussi à capturer un marlin bleu en 2023.

- g) **Vérifier** que l'hypothèse nulle pour ce test est  $H_0 : p = 0,0177$ . 2 marks
- h) **Déterminer** si le test est unilatéral à gauche ou à droite. **Justifier** la réponse. 2 marks
- i) **Calculer** la probabilité que le nombre de pêcheurs ayant réussi à capturer un marlin bleu à partir d'un échantillon aléatoire de 7000 pêcheurs soit supérieur ou égal à 149, en supposant que  $H_0$  est vraie. 5 marks  
**Décider** si  $H_0$  peut être rejetée. **Justifier** cette décision.

### Partie 3



Les saumons adultes vivent en pleine mer mais retournent dans les ruisseaux et rivières d'eau douce pour pondre leurs œufs. C'est ce qu'on appelle la migration reproductive. Les scientifiques ont commencé à enregistrer la migration en 2010.

La population de saumons migrateurs peut être modélisée par la fonction  $P$  définie par

$$P(t) = a \cdot \sin(0,5t) + d,$$

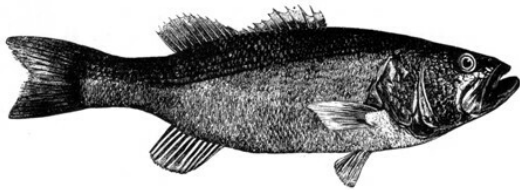
où  $t$  est le temps en années après 2010.


En 2013, ils ont enregistré 48 000 saumons migrateurs, soit la population la plus importante à migrer. En 2019 ils ont enregistré 17 000 saumons, soit la population la plus faible à migrer.

- j) **Montrer** que l'amplitude  $a$  de la fonction  $P$  est de 15 500 et que le déplacement vertical  $d$  est de 32 500. 2 marks
- k) **Déterminer** la population attendue de saumons migrateurs en 2024. 2 marks
- l) La pêche au saumon est suspendue lorsque la population descend en dessous de 21 000 saumons. **Déterminer** après combien d'années cela devrait se produire pour la première fois depuis le début de l'enregistrement. 2 marks

**Exercise 2**

Calc. : ✓

<p><b>Part 1</b></p>  <p>A population of black sea bass fish is introduced into a lake. The number of fish in the lake is modelled by the function <math>N</math> defined by</p> $N(t) = 3500 \cdot e^{0.0862 \cdot t}, \quad t \geq 0,$ <p>where <math>t</math> is the time in days after the introduction.</p> <p>a) <b>Interpret</b> the number 3500 in this context.</p> <p>b) <b>Calculate</b> the number of fish in the lake after a week. <b>Give</b> your answer to the nearest whole number.</p> <p>c) <b>Rewrite</b> the formula for <math>N(t)</math> in the format <math>N(t) = K \cdot A^t</math>.</p> <p>d) <b>Determine</b> the percentage growth of the number of fish per day.</p> <p>e) <b>Determine</b> after how many days the number of fish in the lake will have doubled.</p> <p>f) <b>Explain</b> whether this model can be used over a long time.</p>	<p>1 mark</p> <p>2 marks</p> <p>2 marks</p> <p>2 marks</p> <p>2 marks</p> <p>1 mark</p>
---	---

<p><b>Part 2</b></p>  <p>It is quite difficult to catch a blue marlin fish. They put up an intense fight when hooked.</p> <p>In the year 2022, 5300 anglers from 300 000 anglers in total managed to catch a blue marlin. In 2023, 149 anglers from a random sample of 7000 anglers managed to catch a blue marlin. To determine whether the proportion of anglers catching a blue marlin has increased from 2022 to 2023, a hypothesis test is performed at a 5% significance level. Let <math>p</math> denote the proportion of anglers that succeeded in catching a blue marlin in 2023.</p> <p>g) <b>Verify</b> that the null hypothesis for this test is <math>H_0 : p = 0.0177</math>.</p> <p>h) <b>Determine</b> whether the test is left or right tailed. <b>Justify</b> your answer.</p> <p>i) <b>Calculate</b> the probability that the number of anglers that succeeded in catching a blue marlin from a random sample of 7000 anglers is greater than or equal to 149, assuming that <math>H_0</math> is true.</p> <p><b>Decide</b> whether <math>H_0</math> can be rejected. <b>Justify</b> your decision.</p>	<p>2 marks</p> <p>2 marks</p> <p>5 marks</p>
---	--

**Part 3**



Adult salmon live in the open sea but return to the freshwater streams and rivers to lay their eggs. This is known as reproductive migration. Scientists started recording the migration in 2010. The population of migrating salmon can be modelled by the function  $P$  defined by

$$P(t) = a \cdot \sin(0.5t) + d,$$

where  $t$  is the time in years after 2010.

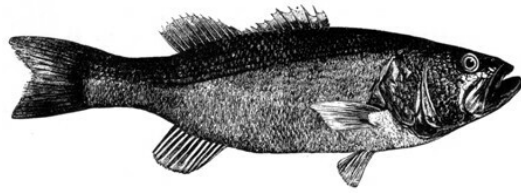
In 2013 they recorded 48 000 migrating salmon, which was the highest population to migrate. In 2019 they recorded 17 000 salmon, which was the lowest population to migrate.

- j) **Show** that the amplitude  $a$  of the function  $P$  is 15 500 and the vertical shift  $d$  is 32 500. 2 marks
- k) **Determine** the expected population of migrating salmon in 2024. 2 marks
- l) Salmon fishing is suspended when the population drops below 21 000. **Determine** after how many years this is expected to happen for the first time since the recording started. 2 marks

**Exercise 3**

Calc. : ✓

**Teil 1**



In einen See wird eine Population von Schwarzen Seebarschen eingeführt. Die Anzahl der Fische im See wird durch die Funktion  $N$  modelliert, gegeben durch

$$N(t) = 3500 \cdot e^{0,0862 \cdot t}, \quad t \geq 0,$$

wobei  $t$  die Zeit in Tagen nach der Einführung ist.

- a) **Interpretieren** Sie die Zahl 3500 in diesem Zusammenhang. 1 mark
- b) **Berechnen** Sie die Anzahl der Fische im See nach einer Woche. **Geben** Sie Ihre Antwort auf die nächste ganze Zahl gerundet. 2 marks
- c) **Schreiben** Sie die Formel für  $N(t)$  in die Form  $N(t) = K \cdot A^t$  um. 2 marks
- d) **Bestimmen** Sie den prozentualen Zuwachs der Anzahl der Fische pro Tag. 2 marks
- e) **Bestimmen** Sie, nach wie vielen Tagen sich die Anzahl der Fische im See verdoppelt haben wird. 2 marks
- f) **Erläutern** Sie, ob dieses Modell über einen sehr langen Zeitraum verwendet werden kann. 1 mark

**Teil 2**



Es ist ziemlich schwierig, einen Blauen Marlin zu fangen. Sie wehren sich heftig, wenn sie am Haken hängen.

Im Jahr 2022 gelang es 5 300 Anglern von insgesamt 300 000 Anglern, einen Blauen Marlin zu fangen.

Im Jahr 2023 gelang es 149 Anglern aus einer Stichprobe von 7 000 Anglern, einen Blauen Marlin zu fangen.

Man möchte feststellen, ob der Anteil der Angler, die einen Blauen Marlin fangen, von 2022 bis 2023 gestiegen ist. Zu diesem Zweck führt man einen Hypothesentest mit einem Signifikanzniveau von 5% durch.

$p$  bezeichnet den Anteil aller Angler, denen es gelungen ist, einen Fisch im Jahr 2022 zu fangen.

- g) **Überprüfen** Sie, dass die Nullhypothese für diesen Test  $H_0 : p = 0,0177$  lautet. 2 marks
- h) **Bestimmen** Sie, ob der Test links- oder rechtsseitig ist. **Begründen** Sie Ihre Antwort. 2 marks
- i) **Berechnen** Sie die Wahrscheinlichkeit, dass die Anzahl der Angler, denen es gelungen ist, einen Blauen Marlin zu fangen, bei einer Zufallsstichprobe von 7 000 Anglern größer oder gleich 149 ist, unter der Annahme, dass  $H_0$  wahr ist. 5 marks  
**Entscheiden** Sie, ob  $H_0$  abgelehnt werden kann. **Begründen** Sie Ihre Entscheidung.

### Teil 3



Ausgewachsene Lachse leben im offenen Meer, kehren aber zur Eiablage in die Süßwasserbäche und Flüsse zurück. Dies wird als Fortpflanzungs- wandrung bezeichnet. Wissenschaftler haben 2010 mit der Aufzeichnung dieser Wanderung begonnen.

Die Population der wandernden Lachse kann durch die Funktion  $P$  modelliert werden, gegeben durch

$$P(t) = a \cdot \sin(0,5t) + d,$$

wobei  $t$  die Zeit in Jahren nach 2010 ist.

Im Jahr 2013 wurden 48 000 wandernde Lachse gezählt, was die höchste Population wandernder Lachse darstellt. Im Jahr 2019 wurden 17 000 Lachse gezählt, was die niedrigste Population wandernder Lachse darstellt.

- j) **Zeigen** Sie, dass die Amplitude  $a$  der Funktion  $P$  gleich 15 500 und die vertikale Verschiebung  $d$  gleich 32 500 ist. 2 marks
- k) **Bestimmen** Sie die erwartete Population der wandernden Lachse im Jahr 2024. 2 marks
- l) Die Lachsfischerei wird ausgesetzt, wenn die Population unter 21 000 fällt.  
**Bestimmen** Sie, nach wie vielen Jahren dies voraussichtlich zum ersten Mal seit Beginn der Aufzeichnung geschehen wird. 2 marks