

Exercise 1

Calc. : ✗

Olkoon funktiot f ja g määritelty:

$$f(x) = a + e^{-x+1} \quad g(x) = \frac{b \cdot x + 2}{x - 1}$$

missä a ja b ovat reaalilukuja..Määritä a ja b siten, että funktioilla f ja g täyttävät seuraavat ehdot:

- Funktioilla f ja g on sama raja-arvo äärettömyydessä.
- Funktiot f ja g leikkaavat kohdassa, jossa $x = 2$.

5 marks

Exercise 2

Calc. : ✗

Olkoon määritelty vektorit: $\vec{a} = \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix}$, $\vec{b} = \begin{pmatrix} n \\ 1 \\ -3 \end{pmatrix}$ and $\vec{c} = \begin{pmatrix} 2 \\ -1 \\ -1 \end{pmatrix}$, missä n on reaaliluku.Osoita, että suuntaissärmiön tilavuus, jonka virittävät vektorit \vec{a} , \vec{b} ja \vec{c} , on aina sama riippumatta $n : n$ arvosta.

5 marks

Exercise 3

Calc. : ✗

Ratkaise yhtälö

$$\log_2(x) + \log_2(x - 1) = 1$$

5 marks

Exercise 4

Calc. : ✗

Olkoon funktio f määritelty $f(x) = x^2 \cdot \cos x$.Mikä alla olevista funktioista on funktion f integraalifunktio?

$$F(x) = \frac{x^3}{3} \cdot \sin x$$

$$H(x) = 2x \cdot \cos x + (x^2 - 2) \cdot \sin x$$

$$G(x) = -2x \cdot \sin x$$

$$K(x) = 2x \cdot \cos x - x^2 \cdot \sin x$$

5 marks

Exercise 5

Calc. : ✗

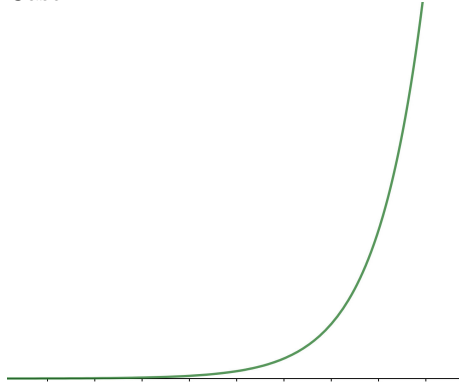
Olkoon a ja b reaalilukuja (eivät nollia) ja funktio f on määritelty:

$$f(x) = a \cdot e^{b \cdot x}$$

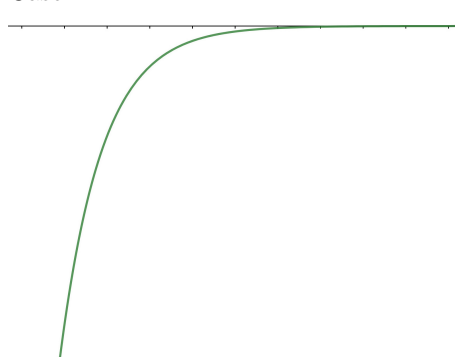
Alla on esitetty kaksi mahdollista kuvaajaa tälle funktiolle.

Määritä molemmissa tapauksissa mahdolliset arvot $a : lle$ ja $b : lle$.

Case 1



Case 2



5 marks

Exercise 6

Calc. : ✗

Määritä se kompleksiluku z joka on kuutiojuuri luvusta $-8i$ ja neljäs juuri luvusta $-8 - 8i\sqrt{3}$.

5 marks

Exercise 7

Calc. : ✗

Corbettin luonnonpuisto Intiassa on yksi niistä luonnonpuistoista, jossa voi tavata tiikereitä.	
1. Tässä luonnonpuistossa on 8 tiikeriä, joista 5 on merkitty. Otetaan kiinni kolme tiikeriä. Millä todennäköisyydellä kaksi niistä on merkitty? Anna vastaus sievennettynä murtolukuna.	2 marks
2. 8 turistin ryhmä saapuu luonnonpuistoon safarille. Neljä heistä mahtuu ensimmäisen auton neljälle istuimelle. Kuinka monta eri järjestystä on mahdollista saada?	2 marks
3. Tiedetään, että 40% puistossa kävijöistä on eurooppalaisia. Eurooppalaisista 10% kohtaa tiikerin. Kaikista puiston kävijöistä 20% kohtaa tiikerin. Puistossa sattumalta kohdattu vierailija ei ole eurooppalainen. Millä todennäköisyydellä hän on kohdannut tiikerin?	2 marks
4. Todennäköisyys, että vierailija kohtaa tiikerin jonakin päivänä on siis 0,2. (a) Millä todennäköisyydellä vierailija kohtaa tiikerin ensimmäisen kerran kolmantena päivänä? (b) Todennäköisyys, että turisti näkee tiikerin n :ten päivänä on: $P(X = n) = p_n$. Näytä, että (p) on geometrinen jono, ja kerro mikä on sen ensimmäinen jäsen ja suhdeluku. (c) Näytä, että $P(X \leq n) = 1 - 0,8^n$ ja tulkitse tulos tässä kontekstissa.	2 marks 2 marks 3 marks

Exercise 8

Calc. : ✗

Olkoon funktiot f ja g määritelty:	
$f(x) = -\frac{1}{2}(e^{2x} + e^{-2x}) \quad g(x) = x^n \cdot \ln(x)$	
missä n on positiivinen kokonaisluku. Todista, että funktioiden f ja g kuvaajilla ei ole leikkauspistettä riippumatta $n : n$ arvosta.	
	7 marks