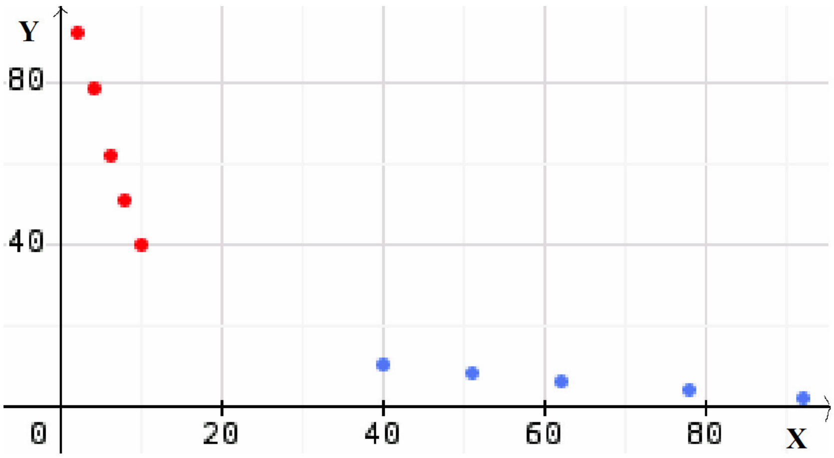
Exercise 1 Calc. : ✓

Trockeneis (festes CO_2) erzeugt bei einer bestimmten Umgebungstemperatur ein Gas, das leicht zu erkennen ist. Der berühmte Koch Sebastianic will 100 g Trockeneis verwenden, um einen szenischen Effekt für seine neueste Kreation, ein besonderes Dessert, zu erzeugen. Um zu verstehen, wie sich das Trockeneis verhält, hat Sebastianic mehrmals das Gewicht während der Sublimation der Probe gemessen:

Zeit in min (x)	2	4	6	8	10
Gewicht des Trockeneises in g (y)	92	78	62	51	40

a) **Kopieren** Sie das korrekte Streudiagramm der Daten in der Tabelle auf Ihr Blatt, indem Sie entweder das rote oder das blaue Streudiagramm der folgenden Grafik **auswählen**: 2 marks



b) **Geben** Sie den Wert des linearen Korrelationskoeffizienten der Daten **an** und **erklären** Sie, ob ein solcher Wert auf eine lineare Abhängigkeit zwischen den beiden Variablen hinweist oder nicht. **Erläutern** Sie, warum der lineare Korrelationskoeffizient einen negativen Wert hat. 3 marks

c) **Bestimmen** Sie eine Gleichung in der Form $y = m \cdot x + b$ der linearen Regression von y auf x unter Verwendung der Daten aus der Tabelle. 3 marks

Geben Sie die Zahlen m und b auf zwei Dezimalstellen genau **an**.

Verwenden Sie in d) und e) das lineare Model $y = -6,6 \cdot x + 104$.	
d) **Berechnen** Sie anhand des Modells, wie viel Gramm Trockeneis nach 13 Minuten noch vorhanden sind. **Erklären** Sie, ob dieses Modell eine gute Vorhersage für das Gewicht des Trockeneises nach 20 Minuten gibt.	3 marks
e) **Berechnen** Sie anhand des Modells, wann kein Trockeneis mehr vorhanden ist.	3 marks
Der Chefkoch Sebastianic ist mit den Ergebnissen des Trockeneises zufrieden und nimmt das neue Dessert in die Speisekarte auf. Um die Nachfrage zu befriedigen, muss er Trockeneis kaufen. Die Kosten $f(x)$ pro Kilogramm Trockeneis (in Euro), x Jahre seit dem Beginn des Jahres 2000 (der Beginn des Jahres 2000 entspricht $x = 0$), werden durch folgende Funktion gut beschrieben: $$f(x) = (5 + x)\mathrm{e}^{-0,12x} + 3$$	
f) Sebastianic hat Anfang des Jahres 2023 1 kg Trockeneis gekauft. **Ermitteln** Sie, wie viel er bezahlt hat.	2 marks
Die Ableitungsfunktion der Funktion f lautet $$f'(x) = (0,4 - 0,12x)\mathrm{e}^{-0,12x}$$ Die Funktion f hat nur einen Extrempunkt.	
g) **Berechnen** Sie, in welchem Jahr die Kosten für Trockeneis am höchsten waren, und **geben** Sie diese Kosten in Euro **an**.	3 marks
h) **Nennen** Sie die Jahre, in denen die Kosten für Trockeneis gestiegen sind, und die Jahre, in denen sie gesunken sind.	3 marks
i) **Berechnen** Sie die Werte von $f'(8)$ und $f'(20)$ um die momentane Änderungsrate der Kosten für Trockeneis zu Beginn des Jahres 2008 und zu Beginn des Jahres 2020 anzugeben. **Bestimmen** Sie, in welchem dieser beiden Jahre der Preis schneller gesunken ist.	3 marks

Exercise 2 Calc. : ✓

Im ersten Teil dieser Übung untersuchen wir das Kochen eines Eies, das gerade aus dem Kühlschrank genommen wurde.
Ein Ei ist weichgekocht, wenn das Eigelb eine Temperatur von genau 45°C erreicht.

In den Fragen a), b) und c) wird ein Ei mit einer Masse von 60 g betrachtet. Die Kochzeit $f(x)$ (in Sekunden), die erforderlich ist, damit das Eigelb dieses Eies die Temperatur x (in °C) erreicht, ist gegeben durch:

$$f(x) = -16 \cdot 60^{2/3} \cdot \ln\left(\frac{100 - x}{192}\right)$$

a) **Bestimmen** Sie, wie lange es dauert, bis das Ei weich gekocht ist. **Runden** Sie auf die nächste Sekunde. — 2 marks

b) **Bestimmen** Sie die Temperatur des Eigelbs dieses Eies, nachdem es 240 Sekunden lang gekocht hat. **Runden** Sie auf das nächste Grad. — 3 marks

c) **Zeichnen** Sie das Diagramm, das die Kochzeit $f(x)$ in Abhängigkeit von der Temperatur x im Eigelb für dieses Ei bei Temperaturen zwischen 4°C und 45°C darstellt. — 4 marks

In Frage d), wird ein Ei betrachtet, das nach einer Kochzeit von 275 Sekunden weichgekocht ist. Die folgende Gleichung gilt für die Masse m (in Gramm) dieses Eies:

$$275 = -16 \cdot m^{2/3} \cdot \ln\left(\frac{55}{192}\right)$$

d) **Bestimmen** Sie die Masse dieses Eies. **Runden** Sie auf das nächste Gramm. — 3 marks

Jeden Morgen in einer Woche (7 Tage) wird einem Mann genau ein Ei serviert. Die Wahrscheinlichkeit, dass das servierte Ei weichgekocht ist, beträgt an jedem Morgen $p = 0,65$, unabhängig von den anderen Morgen.
Die Zufallsvariable X die definiert ist als die Anzahl der weichgekochten Eier, die diesem Mann an diesen 7 Vormittagen serviert werden, wird untersucht.

e) **Zeigen** Sie, dass X einer Binomialverteilung folgt, und **geben** Sie deren Parameter**an**. — 2 marks

f) **Bestimmen** Sie die Wahrscheinlichkeit, dass diesem Mann an diesen Vormittagen nur ein weichgekochtes Ei serviert wurde. — 3 marks

g) **Bestimmen** Sie die Wahrscheinlichkeit, dass diesem Mann in dieser Woche an mindestens 2 Vormittagen weichgekochte Eier serviert wurden. — 3 marks

h) Es ist bekannt, dass diesem Mann in dieser Woche mindestens zwei weichgekochte Eier serviert wurden. **Bestimmen** Sie die Wahrscheinlichkeit, dass er in dieser Woche genau drei weichgekochte Eier serviert bekommen hat. — 2 marks

i) **Bestimmen** Sie den Erwartungswert und die Standardabweichung der Variablen X. **Interpretieren** Sie diese Werte im Zusammenhang mit dem gegebenen Kontext. — 3 marks