Exercise 1 Calc. : ✓

1. Let the complex number $w = \frac{1}{4} + \frac{1}{4}\mathrm{i}$.	
(a) Write w in exponential form.	2 marks
(b) Determine the values of the natural number n for which w^n is a real number.	3 marks
2. For any natural number n, we note M_n the affix point z_n defined by: $\begin{cases} z_0 = 1 \\ z_{n+1} = \left(\frac{1}{4} + \frac{1}{4}\mathrm{i}\right) \cdot z_n, \quad n \in \mathbb{N} \end{cases}$	
(a) Calculate z_1 and z_2, then place in the complex plane the points M_0, M_1, M_2 (graphical unit: 4 cm).	2 marks
(b) Let r be the sequence defined, for any natural number n, by $r_n = \lvert z_n \rvert$. Show that the sequence r is geometric with commonality $\frac{\sqrt{2}}{4}$. Deduce an expression of r_n as a function of n.	3 marks
(c) We assume that for any natural number n, $z_n = r_n \mathrm{e}^{\frac{\mathrm{i}n\pi}{4}}$. Under what condition does the point M_n belong to the real axis?	1 mark
(d) Describe the precise position of the point M_{10} which represents z_{10} in the complex plane.	2 marks

Exercise 2 Calc. : ✓

1. Soit le nombre complexe $w = \frac{1}{4} + \frac{1}{4}\mathrm{i}$.	
(a) Écrire w sous forme exponentielle.	2 marks
(b) Déterminer les valeurs de l'entier naturel n pour lesquelles w^n est un nombre réel.	3 marks
2. Pour tout entier naturel n, on note M_n le point d'affixe z_n défini par : $\begin{cases} z_0 = 1 \\ z_{n+1} = \left(\frac{1}{4} + \frac{1}{4}\mathrm{i}\right) \cdot z_n, \quad n \in \mathbb{N} \end{cases}$	
(a) Calculer z_1 et z_2, puis placer dans le plan complexe les points M_0, M_1, M_2 (unité graphique : 4 cm).	2 marks
(b) Soit r la suite définie, pour tout entier naturel n, par $r_n = \lvert z_n \rvert$. Montrer que la suite r est géométrique de raison $\frac{\sqrt{2}}{4}$. En déduire une expression de r_n en fonction de n.	3 marks
(c) On admet que pour tout entier naturel n, $z_n = r_n \mathrm{e}^{\frac{\mathrm{i}n\pi}{4}}$. À quelle condition le point M_n appartient-il à l'axe des réels ?	1 mark
(d) Décrire la position précise du point M_{10} qui représente z_{10} dans le plan complexe.	2 marks

Exercise 3 Calc. : ✓

1. Olkoon kompleksiluku määritelty: $w = \frac{1}{4} + \frac{1}{4}\mathrm{i}$.	
(a) Kirjoita kompleksiluku w Eulerin muodossa.	2 marks
(b) Määritä luonnollisen luvun n kaikki arvot, joille w^n on puhtaasti reaalinen.	3 marks
2. Olkoon M_n kompleksilukua z_n kuvaava piste kompleksitasolla (missä n on luonnollinen luku) ja luvut z_n määritellään: $$\begin{cases} z_0 = 1 \\ z_{n+1} = \left(\frac{1}{4} + \frac{1}{4}\mathrm{i}\right) \cdot z_n, \quad n \in \mathbb{N} \end{cases}$$	
(a) Laske z_1 ja z_2, ja sijoita pisteet M_0, M_1, M_2 kompleksitasolle (yksi ruutu on 4 cm).	2 marks
(b) Määritellään lukujono (r_n) seuraavasti (missä n on luonnollinen luku): $r_n = \lvert z_n \rvert$. Määritellään lukujono (r_n) on geometrinen jono, jonka suhdeluku on $\frac{\sqrt{2}}{4}$. Määritä jonon r_n lauseke.	3 marks
(c) Kompleksiluku z_n voidaan kirjoittaa myös seuraavassa muodossa (missä n on luonnollinen luku): $z_n = r_n \mathrm{e}^{\frac{\mathrm{i}n\pi}{4}}$. Millä n : n arvoilla pisteet M_n sijaitsevat reaaliakselilla?	1 mark
(d) Missä pisteessä kompleksitasolla sijaitsee piste M_{10} joka kuvaa kompleksilukua z_{10} ?	2 marks