

Exercise 1

Calc. : ✓

Teil 1

20 Karpfen werden in einen künstlichen See eingesetzt. Der Teich verfügt über begrenzte Ressourcen und die Karpfenpopulation wird durch die Funktion N modelliert, gegeben durch

$$N(t) = \frac{200}{1 + k \cdot 2^{-t}},$$

wobei t die Zeit ist, ausgedrückt als ganze Zahl von Jahren und k ein reeller Zahlenparameter ist. Karpfen legen ihre Eier nur einmal alle zwölf Monate.

- a) **Überprüfen** Sie anhand der in der Einleitung gegebenen Informationen, dass $k = 9$ gilt. 2 marks
- b) **Ermitteln** Sie, wie lange es dauert, bis die Population 90 Individuen überschreitet. 2 marks
- c) **Berechnen** Sie die Karpfenpopulation nach 15 Jahren und nach 20 Jahren. 3 marks
- Beschreiben** Sie, wie sich die Population über einen langen Zeitraum entwickelt.

Teil 2

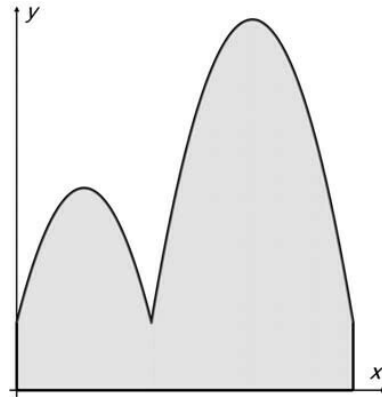
Die durchschnittliche Länge von Salmlern in einem Süßwasserteich wird durch eine Normalverteilung mit einem Erwartungswert von $\mu = 8$ cm und einer Standardabweichung von $\sigma = 2$ cm gut modelliert.

- d) **Berechnen** Sie die Wahrscheinlichkeit, dass ein zufällig aus dem Teich ausgewählter Salmler eine Länge
- i) größer als 8 cm hat, 2 marks
- ii) zwischen 6 cm und 8 cm hat. Runden Sie Ihr Ergebnis auf drei Dezimalstellen. 2 marks
- e) Die Wahrscheinlichkeit, dass ein zufällig aus dem Teich ausgewählter Salmler eine Länge von mehr als 6 cm hat, wird mit 0,84 angegeben.
- Derzeit befinden sich 65 Salmler in dem Teich.
- Berechnen** Sie die Wahrscheinlichkeit, dass weniger als 50 dieser Fische mehr als 6 cm lang sind. 2 marks

Teil 3

Der Entwurf für die Oberfläche eines Süßwasserteichs in einer Forellenzuchtanlage wird durch den schattierten Bereich in der Abbildung dargestellt. Die Ränder des Flächenstücks folgen:

- auf der linken Seite, einer Parabel mit der Gleichung $y = -x^2 + 4x + 2$,
- auf der rechten Seite, einer Parabel mit der Gleichung $y = -x^2 + 14x - 38$,
- der x -Achse und der y -Achse sowie der Geraden mit der Gleichung $x = 10$.



Die Maßeinheiten für x und y sind Meter.

- f) **Bestimmen** Sie den Inhalt der Oberfläche des Teiches.

4 marks

Teil 4

Wie die folgende Tabelle zeigt, musste die Muschelfischerei in Italien zwischen 2010 und 2019 einen Rückgang der Fangmengen hinnehmen:

x : Anzahl der Jahre seit 2010	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
y : Masse der gefangenen Muscheln, in Tonnen	235	230	220	200	194	190	185	177	175	172

- g) **Zeichnen** Sie ein Streudiagramm, das die Daten der Tabelle darstellt, **interpretieren** Sie das Diagramm und **beschreiben** Sie die Korrelation.

4 marks

- h) **Bestimmen** Sie eine Gleichung in der Form $y = mx + b$ für die lineare Regression von y auf x und verwenden Sie dieses Modell, um die Masse der im Jahr 2020 gefangenen Muscheln zu **schätzen**.

4 marks

Exercise 2

Calc. : ✓

<p>Teil 1</p> <p>Es wurde eine Umfrage unter den Urlaubern über ihre sportlichen Aktivitäten während des Urlaubs durchgeführt.</p> <p>Die Umfrage ergab, dass 45% der Urlauber während ihres Urlaubs ein Fitnessstudio besuchten, und von diesen gingen 60% schwimmen.</p> <p>Von den Urlaubern, die nicht in ein Fitnessstudio besuchten, gingen 70% schwimmen.</p> <p>Ein Urlauber wird nach dem Zufallsprinzip ausgewählt.</p> <p>Es seien die folgenden Ereignisse:</p> <p>F: "Der ausgewählte Urlauber besuchte ein Fitnessstudio ";</p> <p>S: "Der gewählte Urlauber ging schwimmen".</p> <p>a) Erstellen Sie ein Baumdiagramm, das die Situation beschreibt.</p> <p>b) Beschreiben Sie das Ereignis $F \cap S$ in Worten.</p> <p>c) Zeigen Sie, dass $P(N) = 0,655$ gilt.</p> <p>d) Berechnen Sie die Wahrscheinlichkeit, dass ein Urlauber ein Fitnessstudio besuchte, wenn er/sie schwimmen ging. Runden Sie das Ergebnis auf vier Dezimalstellen.</p> <p>Vier Urlauber wurden nach dem Zufallsprinzip ausgewählt.</p> <p>X sei die Zufallsvariable, die die Anzahl dieser Urlauber angibt, die während ihres Urlaubs schwimmen gingen.</p> <p>Da die Zahl der Urlauber ausreichend groß ist, nehmen wir an, dass die Zufallsvariable einer Binomialverteilung folgt.</p> <p>e) Berechnen Sie die Wahrscheinlichkeit, dass:</p> <p>i) genau zwei Urlauber werden während ihres Urlaubs schwimmen gehen,</p> <p>ii) mindestens drei Urlauber werden während ihres Urlaubs schwimmen gehen.</p> <p>Runden Sie Ihre Antwort auf drei Dezimalstellen.</p>	<p>2 marks</p> <p>1 mark</p> <p>2 marks</p> <p>2 marks</p> <p>5 marks</p>
--	---

<p>Teil 2</p> <p>Einige Leute haben während ihres Urlaubs einen Tenniskurs gebucht. Während sie auf den Beginn warten, beobachten sie, wie eine Kanone Tennisbälle abfeuert, die beim Verlassen der Kanone leicht ansteigen und dann über die Mitte des Spielfelds fliegen. Die Höhe des Ballmittelpunkts in Metern, ausgedrückt t Sekunden nach dem Verlassen der Kanone kann durch die Funktion h modelliert werden, gegeben durch</p> $h(t) = -4,9t^2 + 4,2t + 0,5,$ <p>Der Radius eines Tennisballs beträgt 3,4 cm.</p> <p>f) Bestimmen Sie die Zeit in Sekunden, nach der der Tennisball auf den Boden aufschlägt, und beachten Sie dabei, dass sich der Mittelpunkt der Kugel 3,4 cm über dem Boden befindet. Runden Sie Ihre Antwort auf zwei Dezimalstellen.</p> <p>g) Bestimmen Sie die maximale Höhe, die der Mittelpunkt des Tennisballs erreicht.</p> <p>Die Höhe des Ballmittelpunkts in Metern kann auch durch die horizontale Entfernung x in Meter ausgedrückt werden, die der Ballmittelpunkt nach Verlassen der Kanone zurücklegt, und kann modelliert werden durch die Funktion f, gegeben durch</p> $f(x) = -0,00784x^2 + 0,168x + 0,5,$ <p>In der Mitte des Spielfelds befindet sich die Oberkante des Netzes 0,9 m über dem Boden. Das Netz ist horizontal 11,88 m von der Kanone entfernt.</p> <p>h) Zeigen Sie, dass der Ball über das Netz fliegt.</p> <p>Die Entfernung von der Kanone zum gegenüberliegenden Ende des Spielfelds beträgt 23,76 Meter.</p> <p>i) Zeigen Sie, dass das Modell vorhersagt, dass der Ball den Boden nicht innerhalb des Spielfeldes berühren würde.</p>	<p>2 marks</p> <p>2 marks</p> <p>2 marks</p> <p>2 marks</p> <p>2 marks</p>
<p>Das oben beschriebene quadratische Modell berücksichtigt den Luftwiderstand nicht. Es wird ein angepasstes Modell vorgeschlagen, bei dem die Funktion g wie folgt gegeben ist durch</p> $g(x) = -0,00784x^2 + 0,168x + 0,5 - 0,0003x^3,$ <p>wobei x und $g(x)$ Maßeinheiten sind, die in der gleichen Weise wie x und $f(x)$ definiert sind.</p> <p>j) Bestimmen Sie, ob die Steigung, bei der der Tennisball die Kanone verlässt, für f und g gleich ist.</p> <p>k) Bestimmen Sie, ob die neue Funktion g ein Modell für die Flugstrecke des Tennisballs liefern würde, der die Kanone in 50 cm Höhe verlässt und im gegenüberliegenden Ende des Spielfelds landet.</p>	<p>2 marks</p> <p>3 marks</p>