

Exercice 1

Calc. : ✓

Un club sportif a été créé en 1998 ; à l'origine le nombre d'adhérents était égal à 600.

première partie : Étude du nombre d'adhérents de 1998 à 2004

On donne, dans le tableau ci-dessous, le nombre d'adhérents de 1998 à 2003 :

Année	1998	1999	2000	2001	2002	2003
Rang de l'année x_i	0	1	2	3	4	5
Nombre d'adhérents y_i	600	690	794	913	1,045	1,207

On pose $Y_i = \ln(y_i)$ et on réalise un ajustement affine par la méthode des moindres carrés du nuage de points $(x_i; Y_i)$.

Une équation de la droite d'ajustement de Y par rapport à x est $Y = 0,14x + 6,397$.

En utilisant cet ajustement :

- Déterminer une prévision du nombre d'adhérents en 2004.
- Justifier les affirmations suivantes :
 - $y_i = 600 \times 1,15^{x_i}$; 600 a été arrondi à l'unité, 1,15 a été arrondi au centième.
 - De 1998 à 2004, on peut considérer que le nombre d'adhérents a augmenté de 15% par an.

Deuxième partie : Étude du nombre d'adhérents à partir de l'année 2004

En fait le club a compté 2 400 adhérents lors de l'année 2004.

On considère la fonction f définie sur $[0; +\infty[$ par : $f(x) = \frac{3\,600}{1 + 0,5e^{-x}}$.

On suppose que le nombre d'adhérents en $(2004 + n)$ est égal à $f(n)$, où n est un entier naturel.

- Déterminer la limite de la suite (u_n) lorsque n tend vers $+\infty$ et l'interpréter.
- On se propose de calculer le nombre moyen d'adhérents M de 2005 à 2009

(a) Reproduire et compléter le tableau de valeurs ci-dessous :

Année	2005	2006	2007	2008	2009
n	1	2	3	4	5
$f(n)$	3 040				

Les valeurs de $f(n)$ seront arrondies à l'unité

- (b) Calculer la valeur de M , moyenne du nombre prévisionnel d'adhérents entre 2005 et 2009 (le résultat sera arrondi à l'unité).
- On considère la fonction F définie sur $[0; +\infty[$ par : $F(x) = 3\,600 \ln(e^x + 0,5)$.
 - Montrer que F est une primitive de f sur $[0; +\infty[$.
 - Calculer la valeur moyenne μ de f sur l'intervalle $[0, 5; 5, 5]$.
On pourra constater que les valeurs M et μ sont proches.