

**Exercise 1**

Calc. : ✓

Dans le cadre d'une extension d'activité, la société CARTEL envisage l'achat d'une nouvelle machine pour fabriquer des cartes électroniques.

Pour une production annuelle entre 4 000 et 12 000 cartes électroniques, le bénéfice  $B$  généré par cette fabrication de la quantité  $q$  de cartes peut être modélisé par la formule :

$$B = -40q^2 + 600q - 2\,000$$

Avec  $B$  en milliers d'euros et  $q$  en milliers de cartes fabriquées. Les dirigeants de l'entreprise cherchent à connaître :

- **L'intervalle de production pour lequel la fabrication des cartes est rentable.**
- **La quantité de cartes produites correspondant au bénéfice maximum dégagé par la machine**

On considère la fonction  $f$  définie sur l'intervalle  $[4; 12]$  par l'expression :

$$f(x) = -40x^2 + 600x - 2\,000$$

1. Calculer  $f(4)$  et  $f(12)$ . Que représentent ces valeurs ? 3 marks
2. Déterminer  $f'(x)$  où  $f'$  désigne la fonction dérivée de  $f$ . 2 marks
3. Résoudre l'équation  $f'(x) = 0$ . 3 marks
4. Par la méthode de votre choix, donner les variations de  $f$  sur l'intervalle  $[4; 12]$ . 6 marks
5. Montrer que l'intervalle  $[5; 10]$  correspond à l'intervalle de production pour lequel la fabrication des cartes est rentable. 2 marks
6. Trouver le bénéfice maximum dégagé par la machine et la quantité de cartes produites correspondantes. 2 marks