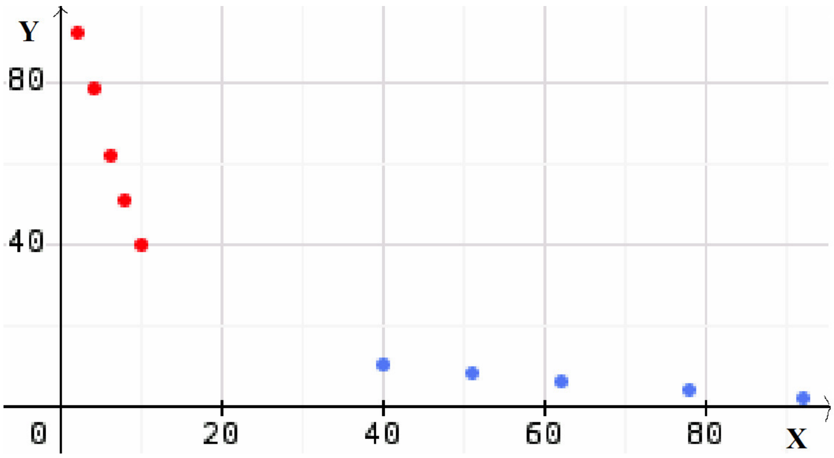
Exercise 1 Calc. : ✓

La glace carbonique (CO_2 à l'état solide) produit, à une certaine température ambiante, du gaz qui peut être facilement être vu à l'œil nu.
Le célèbre chef Sebastianic a l'intention d'utiliser 100 g de glace carbonique pour produire un effet magique pour sa dernière création, un dessert spécial. Afin de comprendre comment se comporte la glace carbonique, Sebastianic a pris plusieurs fois la masse lors de la sublimation de l'échantillon :

Temps en min (x)	2	4	6	8	10
Masse de la glace carbonique en g (y)	92	78	62	51	40

a) **Recopier** sur votre feuille le nuage de points correspondant aux données du tableau en choisissant entre le diagramme rouge ou le diagramme bleu ci-dessous : 2 marks



b) **Donner** la valeur du coefficient de corrélation linéaire des données et **expliquer** si une telle valeur indique ou non une dépendance linéaire entre les deux variables. **Expliquez** pourquoi le coefficient de corrélation linéaire a une valeur négative. 3 marks

c) **Établir** l'équation sous la forme $y = m \cdot x + b$ de la régression linéaire de y en x des données du tableau. 3 marks

Donnez les nombres m et b au centième près.

Dans les questions d) et e), utilisez le modèle $y = -6,6 \cdot x + 104$.	
d) **Utilisez** le modèle pour **calculer** combien de grammes de glace carbonique sont encore présents après 13 minutes. **Expliquez** si ce modèle permet une bonne estimation pour le poids de la glace carbonique après 20 minutes.	3 marks
e) **Utilisez** le modèle pour **calculer** au bout de quelle durée la glace carbonique aura totalement disparu.	3 marks
Le chef Sebastianic est satisfait des résultats de la glace carbonique et ajoute au menu le nouveau dessert. Afin de répondre à la demande, il doit acheter de la glace carbonique. Le coût est bien décrit par la fonction : $$f(x) = (5 + x)e^{-0,12x} + 3$$ où $f(x)$ désigne le coût en euros par kilogramme de glace carbonique et x le nombre d'années depuis le début de l'année 2000 (le début de l'année 2000 correspond à $x = 0$).	
f) Sebastianic a acheté 1 kg de glace carbonique début 2023. **Déterminez** combien il a payé.	2 marks
La fonction dérivée de la fonction f est donnée par : $$f'(x) = (0,4 - 0,12x)e^{-0,12x}$$ La fonction f n'a qu'un seul extremum.	
g) **Calculez** en quelle année le coût de la glace carbonique était le plus élevé et **indiquez** ce coût en euros.	3 marks
h) **Indiquez** les intervalles pour lesquels le coût de la glace carbonique est croissant, et les intervalles pour lesquels ce coût est décroissant.	3 marks
i) **Calculer** les valeurs $f'(8)$ et $f'(20)$ qui indiquent le taux de variation du coût de la glace carbonique dans le temps, au début de l'année 2008 et au début de l'année 2020. **Déterminez** pour laquelle de ces années le prix a baissé le plus rapidement.	3 marks

Exercise 2

Calc. : ✓

Dans la première partie de cet exercice, nous étudions la cuisson d'un œuf qui vient d'être sorti d'un réfrigérateur. Un œuf est à la coque lorsque son jaune atteint une température d'exactement 45°C.	
Dans les questions a), b) et c), on considère un œuf de masse 60 g. Le temps de cuisson nécessaire pour que le jaune de cet œuf atteigne la température x est donné par la relation : $$f(x) = -16 \cdot 60^{2/3} \cdot \ln\left(\frac{100-x}{192}\right)$$ où $f(x)$ représente le temps de cuisson en secondes et x la température en °C.	
a) **Déterminez** combien de temps il faut pour que cet œuf soit à la coque. **Arrondir** à la seconde près.	2 marks
b) **Déterminez** la température du jaune d'œuf après qu'il a cuit pendant 240 secondes. **Arrondir** au degré près.	3 marks
c) **Dessinez** le graphique présentant le temps de cuisson $f(x)$ en fonction de la température x dans le jaune d'œuf pour des températures comprises entre 4°C et 45°C.	4 marks
À la question d), nous considérons un œuf à la coque après un temps de cuisson de 275 secondes. L'égalité suivante s'applique à la masse m (en grammes) de cet œuf : $$275 = -16 \cdot m^{2/3} \cdot \ln\left(\frac{55}{192}\right)$$	
d) **Déterminez** la masse de cet œuf. **Arrondir** au gramme près.	3 marks

Chaque matin d'une semaine (7 jours), un homme commande exactement un œuf. Chaque matin, la probabilité que l'œuf servi soit à la coque est de $p = 0,65$, indépendamment des autres matins. Soit X la variable aléatoire définissant le nombre d'œufs à la coque servis à cet homme pendant ces 7 matins.	
e) **Montrer** que X suit une distribution binomiale, et **donner** ses paramètres.	2 marks
f) **Déterminez** la probabilité que cet homme n'ait reçu qu'un seul œuf à la coque au cours de ces 7 matinées.	3 marks
g) **Déterminez** la probabilité que cet homme ait reçu des œufs à la coque pendant au moins 2 matinées au cours de cette semaine.	3 marks
h) Nous savons que cet homme a reçu au moins deux œufs à la coque au cours de cette semaine. **Déterminez** la probabilité qu'on lui ait servi exactement trois œufs à la coque au cours de cette semaine.	2 marks
i) **Déterminez** l'espérance et l'écart-type de la variable X. **Interprétez** ces valeurs dans le contexte.	3 marks