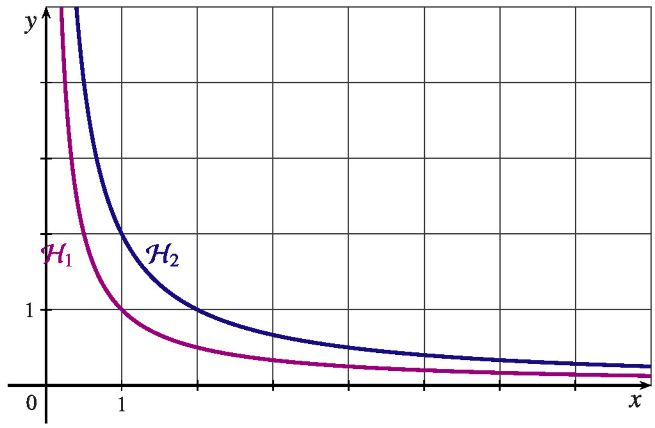
**Exercise 1** Calc. : ✓




Les courbes $\mathcal{H}_1$ et $\mathcal{H}_2$ représentées dans le repère orthonormal ci-dessus ont respectivement pour équation

$$y = \frac{1}{x} \quad \text{et} \quad y = \frac{2}{x}.$$

On note $\mathcal{D}_2$ le domaine délimité par les courbes $\mathcal{H}_1$ et $\mathcal{H}_2$ et les droites d'équation $x = 2$ et $x = 3$.
On note $\mathcal{D}'_2$ le domaine délimité par l'axe des abscisses, la courbe $\mathcal{H}_1$ et les droites d'équation $x = 2$ et $x = 3$.

1. Colorier les domaines $\mathcal{D}_2$ et $\mathcal{D}'_2$ d'une couleur différente et montrer qu'ils ont la même aire.
   Soit $n$ un entier naturel strictement positif. On note $u_n$ l'aire du domaine $\mathcal{D}_n$ délimité par les courbes $\mathcal{H}_1$ et $\mathcal{H}_2$ et les droites d'équation $x = n$ et $x = n + 1$.
2. Exprimer $u_n$ en fonction de $n$.
3. Montrer que la suite $(u_n)$ est décroissante. *On pourra comparer les nombres* $n(n+2)$ *et* $(n+1)^2$.
4. Étudier la convergence de la suite $(u_n)$.
5. Déterminer la plus grande valeur de $n$ telle que l'aire du domaine $\mathcal{D}_n$ reste supérieure à $\frac{1}{10}$ d'unité d'aire. Soit $N$ cette valeur.
6. Calculer l'aire du domaine délimité par les courbes $\mathcal{H}_1$ et $\mathcal{H}_2$ et les droites d'équation $x = 1$ et $x = N$.