

Exercice 1

Calc. : ✓

Une entreprise vend un certain type de machines. On donne la fonction C définie pour $x \in [0; 15]$ par :

$$C(x) = x^2 + 5x + 12$$

qui représente le coût, en milliers d'euros, de la production de x milliers de machines.

Chaque machine fabriquée est vendue au prix unitaire de 16€, donc on donne la fonction R définie pour $x \in [0; 15]$ par :

$$R(x) = 16x$$

qui représente la recette, en milliers d'euros, pour la vente de x milliers de machines.

1. Calculez $C(1)$; qu'est-ce que cela représente, dans le contexte du problème ? 2 marks
2. Pour combien de machines produites le coût de production est-il de 18 000€ ? 2 marks
3. Pour combien de machines vendues les recettes sont-elles de 32 000€ ? 2 marks
4. Soit $B(x)$ le bénéfice (les recettes moins les coûts) réalisé pour x milliers de machines produites et vendues.
 - (a) Montrer que l'on a : 2 marks
$$B(x) = -x^2 + 11x - 12$$
 - (b) Par la méthode de votre choix, dressez le tableau de variations de $B(x)$. 3 marks
 - (c) En déduire la production qui permet d'atteindre le bénéfice maximal, et précisez ce bénéfice maximal. 2 marks
 - (d) Combien de machines l'entreprise doit-elle produire et vendre pour être bénéficiaire ? 3 marks

Exercice 2

Calc. : ✓

Un test de compétences est constitué de 30 questions à choix multiples. Pour chaque question, il y a 4 réponses possibles pour laquelle 1 seule est juste.

Un élève répond au hasard à chaque question, de manière indépendante. On souhaite étudier X , la variable aléatoire représentant le nombre de bonnes réponses que peut obtenir cet élève au test en répondant de cette manière.

1. Justifier qu'à chaque question, l'élève a une probabilité de 25% de trouver la bonne réponse. 2 marks
2. Justifier que X suit une loi binomiale. Quels sont ses paramètres ? 4 marks

Dans la suite, on donnera les probabilités arrondies à 4 décimales.

3. Faire une phrase expliquant ce que représente l'événement $X = 10$, puis calculer $P(X = 10)$. 5 marks
4. Pour réussir le test, l'élève doit avoir au moins 18 bonnes réponses.

Quelle est la probabilité que l'élève réussisse le test ? 4 marks
5. Quelle est la probabilité d'obtenir un nombre de bonnes réponses strictement supérieur à 10 et inférieur ou égal à 20 ? 4 marks

BONUS — Pour les autres élèves, le plus petit nombre de bonnes réponses est de 9, et le plus grand nombre de bonnes réponses est de 25. Quelle est la probabilité que l'un de ces deux nombres change avec le résultat de cet élève ?

Exercice 3

Calc. : ✓

Soit f la fonction définie sur \mathbb{R} par :

$$f(x) = 0,5x^3 + 2,5x^2 - 6$$

- | | |
|---|---------|
| 1. Calculez $f'(x)$. | 2 marks |
| 2. Dresser le tableau de signes de $f'(x)$. | 3 marks |
| 3. En déduire le tableau de variations de f . | 3 marks |
| 4. Esquissez le graphique de la fonction f , pour $x \in [-5; 2]$. | 4 marks |
| 5. Sur votre graphique, tracer les tangentes à la courbe qui sont des droites horizontales. | 3 marks |

BONUS — Combien de solutions a l'équation $f(x) = 2$?**Exercice 4**

Calc. : ✓

Dans une classe de 30 élèves, on doit élire un groupe de représentant·e·s.

- | | |
|--|---------|
| 1. Le groupe de représentant·e·s doit être composé de 4 personnes.
Combien de groupes différents peut-on former ? | 4 marks |
| 2. Le groupe de 4 personnes est maintenant élu, et il faut attribuer à chacune des 4 personnes un rôle particulier (président·e, trésorier·e, secrétaire, et adjoint·e).
Combien y a-t-il de manières d'attribuer ces 4 rôles aux 4 personnes élues ? | 4 marks |
| 3. Chacune des personnes élues peut choisir un·e suppléant·e.
Déterminer les valeurs possibles du nombre de personnes suppléantes. | 2 marks |