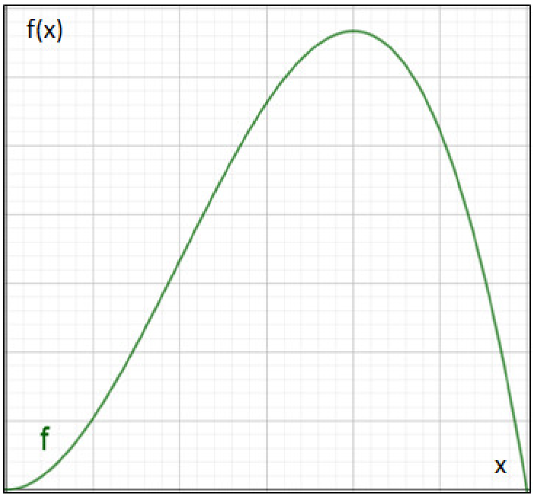
Exercise 1 Calc. : ✗

Une petite élévation sur un terrain de jeu peut être modélisée par une fonction f avec $f(x) = -\frac{1}{3}x^3 + x^2$ pour $x > 0$ où x est la distance en mètres et $f(x)$ est la hauteur en mètres. On donne la courbe représentative de cette fonction f.



Déterminer la hauteur de cette élévation. 5 marks

Exercise 2 Calc. : ✗

À la suite de plaintes concernant le repas de la cantine, le directeur affirme qu'au maximum 20% des 2 500 élèves ne sont pas satisfaits du repas. Le comité des élèves pense qu'il s'agit de plus de 20% des élèves. Il demande donc à un groupe de 40 élèves choisis au hasard de donner leur avis.

1. **Expliquer** si un test à gauche ou à droite doit être utilisé pour vérifier cette hypothèse. Justifier la réponse. 2 marks
2. **Indiquer** quelle hypothèse nulle H_0 pourrait être utilisée pour un test statistique et donner l'hypothèse alternative H_1. 1 mark
3. **Déterminer** la valeur critique k à l'aide du tableau suivant si le seuil de signification est fixé à 5% et **interpréter** cette valeur. 2 marks

k	8	9	10	11	12	13	14	15
$P(X \geq k)$	0,563	0,407	0,268	0,161	0,088	0,043	0,019	0,008

Exercise 3 Calc. : ✗

Une petite chaîne de supermarchés emploie 900 personnes, dont 10 travaillent à la direction, mais un seul des directeurs est une femme. Les 809 autres femmes travaillent dans les magasins.
Montrer que l'obtention d'un poste à la direction de cette entreprise dépend du sexe. 5 marks

Exercise 4 Calc. : ✗

Un couple a besoin d'un test Covid négatif pour rendre visite à des amis à l'étranger. On sait que 20% des tests donnent un résultat négatif, alors que la personne pourrait être infectée (résultat faussement négatif). La probabilité d'un résultat faussement positif est proche de zéro. On peut supposer que si l'un des deux est infecté, l'autre l'est aussi.
Expliquer pourquoi cette situation est un processus de Bernoulli et **montrer** que la probabilité d'un résultat faussement négatif tombe à 4% lorsque les deux personnes sont testées. 5 marks

Exercise 5 Calc. : ✗

Dans le diagramme ci-dessous, le nombre de nouveaux cas de Covid-19 en Allemagne est indiqué sur une période de trois semaines en octobre 2020. Pour prédire les chiffres dans le futur, deux types de modèles mathématiques fondamentaux peuvent être combinés.

Indiquer les noms de ces types de modèles et **justifier** la réponse. — 5 marks

Prévoir une date dans le futur à laquelle un autre maximum sera atteint à supposer que les données continuent de suivre ces modèles.

Exercise 6 Calc. : ✗

Le nombre de bactéries dans une boîte de Petri est étudié en laboratoire. Il s'avère que, dans des conditions définies, la croissance peut être modélisée par la fonction

$$N(t) = 10\ 000 \cdot \mathrm{e}^{\ln(1{,}03)\cdot t},$$

où $N(t)$ est le nombre de bactéries après t jours.

1. **Donner** le nombre de bactéries au début et le taux de croissance [par jour] en pourcentage. — 2 marks
2. **Calculer** le nombre de bactéries après le premier jour. — 2 marks
3. **Expliquer** pourquoi ce modèle ne peut pas être utilisé sur une très grande échelle de temps. — 1 mark

Exercise 7 Calc. : ✗

Indiquer si l'affirmation est vraie ou fausse et **justifier** la réponse. Notez que les points ne sont attribués que si la réponse et la justification sont correctes.

1. Si la température $T(x)$ augmente constamment, alors $T'(x) > 0$. — 1 mark
2. Tous les modèles périodiques peuvent être modélisés par une fonction sinus. — 1 mark
3. Il existe 9 possibilités différentes pour que trois élèves se placent les uns à côté des autres. — 1 mark
4. Lorsqu'un dé [bien équilibré à 6 faces numérotées de 1 à 6] est lancé une fois, la valeur moyenne attendue est 3,5. — 1 mark
5. Si dix personnes sont choisies dans un groupe de très grand effectif, le nombre de femmes [choisies] peut être modélisé par une distribution binomiale, bien qu'une personne ne puisse être choisie plus d'une fois. — 1 mark

Exercise 8 Calc. : ✗

La durée du jour $L(t)$ en heures à un endroit donné a été enregistrée sur une année. Elle peut être modélisée par la fonction $$L(t) = 4 \cdot \sin\left(\frac{2\pi}{365}t\right) + 12,$$ où t est le temps exprimé en jours. **Interpréter** le résultat de $\displaystyle\int_0^{365} L(t)\,\mathrm{d}t$ et **expliquer** pourquoi ce résultat est égal à $12{\cdot}365 = 4\,380$.	5 marks

Exercise 9 Calc. : ✗

1. **Interpréter** ce que désigne l'espérance d'une variable aléatoire.	2 marks
2. X est une variable aléatoire suivant une loi normale d'espérance μ et d'écart type σ. **Indiquer** une probabilité tenant compte de ces deux valeurs caractéristiques μ et σ.	1 mark
3. Une variable aléatoire continue Y définie sur $\mathbb{R}$ est telle que $P(a \leq Y \leq b) = \displaystyle\int_a^b f(z)\,\mathrm{d}z$. **Expliquer** pourquoi $\displaystyle\int_{-\infty}^{+\infty} f(z)\,\mathrm{d}z = 1$.	2 marks

Exercise 10 Calc. : ✗

Une nouvelle machine reconnaît le dopage dans le sang. Soit les deux événements suivants : • P = « le test est positif » • D = « le sportif était dopé » Après quelques tests, il a été constaté que sur 100 échantillons de sang de sportifs dopés, la machine en reconnaît 90. Cependant, elle donne également une mauvaise indication dans 5% des cas lorsque l'échantillon est propre. On suppose qu'un sportif sur dix est dopé lors d'un événement donné. On souhaite connaître la probabilité qu'un sportif ait effectivement été dopé lorsque le test est positif. 1. **Présenter** toutes les informations nécessaires avec des notations mathématiques correctes. 2. **Utiliser** une méthode appropriée pour déterminer la probabilité qu'un sportif soit dopé sachant que le test est positif.	5 marks