

Exercice 1

Calc. : ✓

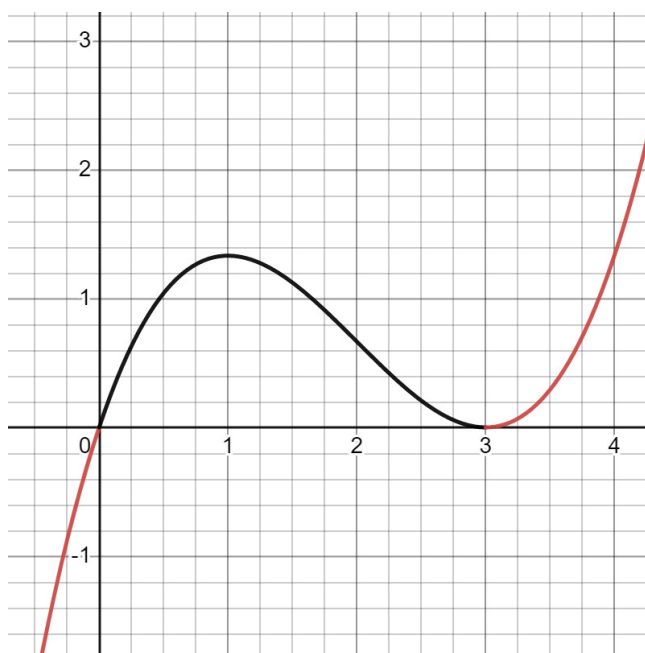
1. Une course cycliste se déroule sur deux jours. Le premier jour, la course individuelle se déroule sur un parcours avec différentes pentes.

La fonction suivante $f(x)$ décrit la valeur de l'altitude (en km) de la route en fonction de la distance horizontale parcourue (en km).

$$f(x) = \frac{1}{3}x^3 - 2x^2 + 3x$$

où x est la distance horizontale parcourue en km.

La représentation graphique de la fonction f est tracée ci-dessous, nous ne considérerons que l'intervalle $0 \leq x \leq 3$ en noir sur le graphique.



- (a) **Calculer** la dérivée première de la fonction. 4 marks
- (b) À partir du graphique, **déterminer** le(s) intervalle(s) de x pour lequel (lesquels) f est croissante et **déterminer** le(s) intervalle(s) de x pour lequel (lesquels) f est décroissante. 5 marks
En déduire, le(s) intervalle(s) sur lequel (lesquels) $f'(x)$ est positive et le(s) intervalle(s) sur lequel (lesquels) elle est négative.
- (c) **Calculer** les valeurs de $f(1)$, $f'(1)$, $f(3)$ et $f'(3)$. 4 marks
Interpréter ces valeurs dans le contexte de la course.
- (d) **Déterminer** la pente de la tangente à la courbe représentative de la fonction f au point d'abscisse $x = 2$, et **interpréter** sa valeur dans le contexte de la course. 4 marks

Pour les deux questions suivantes, vous pourrez utiliser les résultats ci-dessous :

$$\frac{30!}{27!} = 24\,360$$

$$\frac{30!}{3!27!} = 4\,060$$

$$\frac{5!}{3!} = 60$$

$$\frac{5!}{3!2!} = 10$$

2. Trente coureurs participent à une course individuelle, **calculer** combien de podiums (de trois coureurs) il peut y avoir (on admet qu'il ne peut pas y avoir d'ex-aequo). 5 marks

3. Le deuxième jour, la course est un contre-la-montre par équipe. Chaque équipe est composée de cinq coureurs et seuls trois participent à la course contre la montre. 5 marks

Calculer le nombre de façons dont trois coureurs peuvent être choisis dans une équipe de cinq.

4. Lors du contre-la-montre, la distance \underline{s} (en kilomètres) parcourue par l'équipe gagnante est mesurée en fonction du temps \underline{t} (en minutes).

Les données sont présentées dans le tableau suivant :

t (minutes)	0	2	4	6	8	10	12
s (km)	0	1,5	3,3	5,1	6,3	7,8	10,0

(a) **Représenter** le nuage de points correspondant à la situation. 5 marks

(b) Un ajustement linéaire ayant pour équation $f(x) = 0,8x + 0,1$ est proposé.

Tracer sur le graphique précédent la courbe représentative de la fonction f .

Puis, **commenter** l'ajustement proposé. 3 marks